UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOESTATÍSTICA

DISCRIMINAÇÃO E APLICAÇÕES DE ALGUNS MODELOS DE SOBREVIVÊNCIA

DANIELLE PERALTA

ORIENTADOR: PROF. DR. JOSMAR MAZUCHELI

julho/2015

DANIELLE PERALTA

DISCRIMINAÇÃO E APLICAÇÕES DE ALGUNS MODELOS DE SOBREVIVÊNCIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Bioestatística da Universidade Estadual de Maringá, para a obtenção do título de Mestre em Bioestatística, área de concentração: Estatística
Orientador: Prof. Dr. Josmar Mazucheli

julho/2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

Peralta Danielle
P426d Discriminação e aplicações de alguns modelos de sobrevivência / Danielle Peralta. – - Maringá, 2015.
101 f. : il., graf., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Josmar Mazucheli.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Bioestatística, 2015.

1. Análise de sobrevivência. 2. Pesquisa médica – Métodos estatísticos. 3. Estatística matemática. 4. Análise de dados – Estatística. I. Mazucheli, Josmar, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Bioestatística. III. Título.

CDD 22.ed.370

MGC - 0011828

DANIELLE PERALTA

Discriminação e Aplicações de alguns Modelos de Sobrevivência

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Bioestatística do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Bioestatística.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Josmar Mazucheli
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Prof. Dr. Robson Marcelo Rossi
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Elizabeth Mie Hashimoto

Profª. Dra. Elizabeth Mie Hashimoto
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

Maringá, 09 de julho de 2015.

— A Deus, pelo sopro de vida —

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho contou com importantes apoios e incentivos os quais não teria se tornado uma realidade e aos quais serei eternamente grata.

Ao Professor Doutor Josmar Mazucheli, pela orientação, pela amizade, pelo apoio, pelas opiniões e críticas sem as quais não seria possível a conclusão deste trabalho.

Aos docentes, funcionários e amigos do Programa de Mestrado em Bioestatística, pela prontidão e ensinamentos.

Aos meus pais, Agostinho e Clarice, que sempre primaram pela minha Educação.

E um agradecimento especial ao meu esposo, Robson, pelo apoio incondicional.

O presente trabalho foi realizado com o apoio Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES. Agradeço à instituição pelo apoio financeiro e, principalmente, pelo interesse no estudo.

“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.” (Arthur Schopenhauer)

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO **10**

CAPÍTULO 2 – ESTIMAÇÃO DA PROBABILIDADE DE CORRETA SELEÇÃO ENTRE AS DISTRIBUIÇÕES INVERSA-GAUSSIANA E LOG-NORMAL **13**

Resumo 13

Abstract 13

2.1 Introdução 14

2.2 A Distribuição Inversa-Gaussiana 15

2.3 A Distribuição Log-Normal 16

2.4 Procedimentos de Discriminação 17

2.4.1 Método da Razão das Verossimilhanças 17

2.4.2 Métodos Baseados em Distâncias 18

2.5 Estudo de Simulação 20

2.6 Análise de Dados Reais 25

2.7 Considerações Finais 29

2.8 Propostas Futuras 30

CAPÍTULO 3 – MODELAGEM DO TEMPO ATÉ A PRIMEIRA POSTURA DE CODORNAS **32**

Resumo 32

Abstract 33

3.1 Introdução 33

3.2 Materiais e Métodos 34

3.3 A Distribuição Burr XII 35

3.3.1 Estimação Via Máxima Verossimilhança 36

3.3.2 Distribuições de Probabilidade Alternativas e Critérios de Discriminação 37

3.4 Os Dados 38

3.5 Resultados e Discussão 39

3.6 Considerações Finais 45

CAPÍTULO 4 – APLICAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO BURR XII NA ANÁLISE DO TEMPO ATÉ A PRIMEIRA POSTURA DE CODORNAS NA PRESENÇA DE COVARIÁVEIS 47

Resumo 47

Abstract 47

4.1 Introdução 48

4.2 Materiais e Métodos 49

4.2.1 Dados 49

4.2.2 A Distribuição Burr XII 49

4.2.3 Estimação Via Máxima Verossimilhança 50

4.2.4 Modelos de Regressão 51

4.2.5 Critérios de Seleção 52

4.3 Resultados e Discussão 53

4.4 Considerações Finais 61

CAPÍTULO 5 – APLICAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO BURR XII DISCRETA NA ANÁLISE DO TEMPO ATÉ A PRIMEIRA POSTURA DE CODORNAS 62

Resumo 62

Abstract 63

5.1 Introdução 63

5.2 Discretizando uma Distribuição Contínua 64

5.2.1 Distribuição Burr XII Contínua 65

5.2.2 Distribuição Burr XII Discreta 66

5.2.3 Estimadores de Máxima Verossimilhança 67

5.3 Materiais e Métodos 68

5.3.1 Distribuições de Probabilidade 68

5.3.2 Qualidade do Ajuste 69

5.4 Resultados e Discussão 69

5.5 Considerações Finais 77

CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES **78**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS **79**

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A análise de sobrevivência reúne um conjunto de métodos e técnicas estatísticas que buscam analisar uma variável aleatória estritamente positiva. Tipicamente, essa variável é o tempo até a ocorrência de um determinado evento de interesse, também denominado como tempo de sobrevivência. Além da variável tempo, os dados de sobrevivência podem ainda conter um conjunto de variáveis independentes que podem estar relacionadas com a variável resposta. Nesse caso, o objetivo passa por modelar a distribuição associada ao tempo até a ocorrência do evento, buscando estabelecer uma dependência desse tempo com as variáveis independentes por meio de uma regressão.

As características de dados de sobrevivência são os tempos até a falha (tempos de interesse) e, muito frequentemente, embora não necessário, a presença de censuras. Censuras são observações incompletas ou parciais da variável resposta, seja pela perda de acompanhamento do indivíduo no decorrer do estudo ou pela não ocorrência do evento de interesse até o término do mesmo. O termo análise de sobrevivência refere-se, geralmente, a dados médicos, mas não é limitado somente a eles. Várias situações em que a variável resposta é o tempo entre eventos, as metodologias de análise de sobrevivência podem ser utilizadas. Dentre as diversas áreas, pode-se citar: as engenharias, ciências biológicas, ciências sociais, criminalistas, entre outras.

Geralmente, quando trata-se de modelagem de dados, um dos maiores problemas que um pesquisador pode deparar-se está na escolha de uma dentre duas ou mais distribuições de probabilidade, a que melhor se ajusta ao seu conjunto de dados. Este é um problema clássico na literatura estatística. O objetivo desse trabalho é, justamente, analisar o desempenho dos métodos de discriminação de duas ou mais distribuições de probabilidade para a modelagem de um mesmo conjunto de dados.

Desta forma, o trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2, tem-se a discri-

minação entre as distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal. Tais distribuições são bastante utilizadas na análise de dados de sobrevivência. Em muitas situações práticas estas distribuições competem entre si na modelagem de um mesmo conjunto de dados. Dessa forma, o objetivo é discriminá-las utilizando o teste da razão das verossimilhanças e mais oito testes baseados em estatísticas usadas para avaliar a qualidade do ajuste. Esses métodos basicamente calculam a distância entre a função de distribuição teórica e empírica. Um estudo de simulação foi realizado considerando-se vários cenários, combinações de diferentes valores para tamanhos de amostras e para os parâmetros das distribuições envolvidas. Utilizando-se de simulações Monte Carlo e de tais cenários, foi estimada a probabilidade de correta seleção para todos os métodos de discriminação. Por intermédio dos resultados obtidos nas simulações pode-se avaliar em quais situações a probabilidade de correta seleção obtiveram os melhores desempenhos. Para fins ilustrativos seis conjuntos de dados reais, retirados da literatura, foram analisados. Este capítulo baseia-se no artigo intitulado "Estimação da probabilidade de correta seleção entre as distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal via razão das verossimilhanças e métodos baseados em distâncias", publicado na Revista Brasileira de Biometria, São Paulo, v. 32, n. 4, p.553-569, out. – dez., 2014.

O Capítulo 3, baseia-se na análise de um conjunto de dados reais em que o objetivo é estimar alguns parâmetros associados a idade mais provável da primeira postura de codornas. A variável resposta, decorrente de um experimento fatorial 2×3, descreve o número de dias transcorridos entre o nascimento e a primeira postura (evento) de codornas das linhagens amarela, azul e vermelha e submetidas a dois níveis de dieta alimentar. Tem-se como objetivo principal a seleção de uma distribuição de probabilidade que descreva de maneira razoável o comportamento da idade (em dias) até a primeira postura. Em cada um dos grupos estudados (linhagens *versus* dietas), dada a natureza da resposta, adotou-se como candidatas as distribuições: Burr XII, Gama, Inversa-Gaussiana, Log-Normal, Weibull e Log-Logística. Os métodos de discriminação utilizado foram: teste da razão das verossimilhanças, métodos baseados em estatísticas usadas para avaliar a qualidade do ajuste e critérios de informação, baseados no logaritmo da função verossimilhança. Este capítulo baseia-se no artigo intitulado "Modelagem do tempo até a primeira postura de codornas", submetido para possível publicação na Revista Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia.

A proposta do Capítulo 4 é apresentar e avaliar a adequabilidade da distribuição Burr XII considerando como resposta "a idade da primeira postura de codornas" em função da covariável dieta. Neste contexto, foram considerados oito modelos concorrrentes, que são combinações dos efeitos das dietas nos parâmetros da distribuição Burr XII. A escolha do melhor modelo é feita com base nos valores dos critérios de informação e pela aplicação do teste da razão das

verossimilhanças. Para cada linhagem ajustou-se um modelo de regressão. O desenvolvimento desse capítulo baseia-se nos trabalhos de Mazucheli et al. (2008) e Mazucheli, Coelho-Barros e Achcar (2013).

O Capítulo 5 apresenta a distribuição Burr XII discreta, usando o processo de discretização de uma distribuição contínua, introduzido na literatura por Nakagawa e Osaki (1975). Os dados utilizados são os mesmos usados nos capítulos anteriores, uma vez que a idade (em dias) até a primeira postura de codornas, são de origem discreta. Nesse capítulo, foram ajustadas quatro distribuições de probabilidade: Burr XII, Weibull, Pareto tipo II e Gama, todos discretos. A proposta deste capítulo baseia-se na crescente de discretização de modelos contínuos que vem sendo propostos na literatura.

Capítulo 2

Estimação da probabilidade de correta seleção entre as distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal

Resumo

As distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal são duas distribuições bastante utilizadas na análise de dados de sobrevivência. Em muitas situações práticas estas competem entre si na modelagem de um mesmo conjunto de dados. Neste trabalho busca-se discriminá-las utilizando o teste da razão das verossimilhanças e oito outros baseados em estatísticas usadas para avaliar a qualidade do ajuste. Esses métodos basicamente calculam a distância entre a função de distribuição teórica e empírica. Utilizando simulações Monte Carlo e considerando-se vários cenários estimou-se a probabilidade de correta seleção de todos os métodos. O estudo de simulação mostrou que em alguns cenários os métodos avaliados apresentam uma baixa probabilidade de correta seleção, mesmo para tamanhos de amostra razoavelmente grandes. Para fins ilustrativos seis conjuntos de dados reais, retirados da literatura, foram analisados.

Abstract

The Inverse-Gaussian and Log-Normal distribution are two distributions widely used in the analysis of survival data. In many practical situations they compete among themselves in the modeling of the same data set. This paper seeks discriminate between the two distributions using the likelihood ratio test and eight other based on statistics used to evaluate the goodness of fit. These methods basically calculates the distance between the theoretical distribution function

and empirical distribution function. Using Monte Carlo simulations and considering various scenarios, the probability of correct selection was estimated for all methods. The simulation study showed that in some scenarios the methods evaluated have a low probability of correct selection, even for reasonably large sample sizes. For illustrative purposes six real data sets, taken from the literature, were analyzed.

2.1 Introdução

As distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal são duas entre uma série de outras distribuições usadas para a análise de dados de sobrevivência, principalmente em situações em que o risco de morte ou falha, $h(t)$, é unimodal. Esta característica as tornam concorrentes naturais para a modelagem de um mesmo conjunto de dados. Embora elas apresentem risco com comportamento semelhante, tem-se uma diferença importante no seu valor para $t \to \infty$. Na distribuição Log-Normal $\lim_{t\to\infty} h(t) = 0$ enquanto que para a distribuição Inversa-Gaussiana $\lim_{t\to\infty} h(t) = 0,5\lambda\mu^{-2}$ (SESHADRI, 1999; KARADENIZ et al., 2012). O comportamento similar das densidades e por outro lado distinto das duas funções de risco, para $t \to \infty$, tem implicações na escolha de uma dentre as duas distribuições para a modelagem de um mesmo conjunto de dados. As informações intrínsecas aos dados ou oriundas da curva empírica do risco (HESS; SERACHITOPOL; BROWN, 1999) podem ser úteis para a seleção entre as distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal. Naturalmente isso é válido também para outras distribuições sob julgamento. É de se esperar, quando o risco empírico $h(t) \to 0$ para $t \to \infty$, que a distribuição Log-Normal seja mais apropriada. Por outro lado quando observa-se um decaimento assintótico para algum valor diferente de zero é de se esperar que a distribuição Inversa-Gaussiana seja mais adequada. A distribuição Inversa-Gaussiana tem se mostrado mais precisa que a distribuição Log-Normal em situações com alta variabilidade (KARMESHU; AGRAWAL, 2007) e caudas pesadas (MARCUS, 1976; CHHIKARA; FOLKS, 1977; MONTROLL; SHLESINGER, 1983).

O comportamento similar das densidades e por outro lado distinto das funções de risco ocorre também quando as distribuições candidatas são a Weibull exponenciada (MUDHOLKAR; SRIVASTAVA, 1993) e a *Odd* Weibull (COORAY, 2006). Ambas apresentam, entre outras formas, densidade unimodal e risco em forma de banheira, entretanto o que se chama de período de vida útil é bem mais longo na distribuição *Odd* Weibull.

A escolha entre duas ou mais distribuições de probabilidade para o ajuste de um conjunto de observações é um problema clássico na literatura estatística. Cox (1961, 1962) foi um dos

primeiros a abordar este problema tendo desenvolvido um procedimento para a discriminação entre duas distribuições. Desde então, diversos trabalhos cujo interesse recai em discriminar uma entre duas ou mais distribuições têm sido publicados.

Em análise de sobrevivência este problema tem recebido bastante atenção graças a infinidade de novas distribuições que vêm sendo propostas nos últimos anos. Trabalhos mais recentes como o de Gupta e Kundu (2003) considera o problema de discriminação entre as distribuições Weibull e Exponencial Generalizada; Kundu, Gupta e Manglick (2005) considera a discriminação entre a Log-Normal e Exponencial Generalizada; Kundu e Manglick (2005) trabalha com as distribuições Log-Normal e Gama enquanto que Kundu e Raqab (2007) considera as distribuições Log-Normal e Rayleigh. Em Dey e Kundu (2010) e Dey e Kundu (2012) são consideradas, respectivamente, as distribuições Log-Normal e Log-Logística, e Weibull e Log-Normal. Todos esses trabalhos utilizam como critérios de discriminação a razão das verossimilhanças e a distância de Kolmogorov-Smirnov.

Neste trabalho considera-se o problema de discriminação entre as distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal. A motivação para a adoção destas distribuições relaciona-se ao fato de que em muitas situações o comportamento de suas funções de densidade são praticamente indistinguíveis (ver Figura 2.1, página 21). Como critérios de discriminação considera-se o baseado na razão das verossimilhanças e oito outros baseados em estatísticas usadas para avaliar a qualidade do ajuste. Algumas propriedades das distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal são apresentadas, respectivamente, nas Seções 2.2 e 2.3. Os procedimentos de discriminação são apresentados na Seção 2.4. A Seção 2.5 apresenta os resultados do estudo de simulação usado na estimação da probabilidade de se selecionar o modelo julgado como correto. Na Seção 2.6 os procedimentos de discriminação são aplicados em 6 conjuntos de dados reais da literatura. Algumas conclusões, na Seção 2.7, finaliza o capítulo.

2.2 A Distribuição Inversa-Gaussiana

A função densidade de probabilidade de uma variável aleatória T, não negativa, com distribuição Inversa-Gaussiana é dada por:

$$f(t \mid \mu, \lambda) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi t^3}} \exp\left[-\frac{\lambda\,(t-\mu)^2}{2\mu^2 t}\right] \tag{2.1}$$

em que $\mu > 0$ é a média da distribuição e $\lambda > 0$ é o parâmetro de forma. A função de densidade é unimodal com máximo em $T_{\max} = \mu\sqrt{1+\left(\frac{3\mu}{2\lambda}\right)^2} - \frac{3\mu^2}{2\lambda}$. Verifica-se que a distribuição Inversa-

Gaussiana pertence a família exponencial com $E(T) = \mu$ e $Var(T) = \mu^3\lambda^{-1}$.

A partir da função dada em (2.1) tem-se, respectivamente, as funções de distribuição e de risco, dadas por:

$$F(t \mid \mu, \lambda) = \Phi\left[\sqrt{\frac{\lambda}{t}}\left(\frac{t}{\mu} - 1\right)\right] + \exp\left(\frac{2\lambda}{\mu}\right)\Phi\left[-\sqrt{\frac{\lambda}{t}}\left(\frac{t}{\mu} + 1\right)\right] \tag{2.2}$$

e

$$h(t \mid \mu, \lambda) = \frac{\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi t^3}}\exp\left[-\frac{\lambda(t-\mu)^2}{2\mu^2 t}\right]}{\Phi\left[-\sqrt{\frac{\lambda}{t}}\left(\frac{t}{\mu} - 1\right)\right] - \exp\left(\frac{2\lambda}{\mu}\right)\Phi\left[-\sqrt{\frac{\lambda}{t}}\left(\frac{t}{\mu} + 1\right)\right]} \tag{2.3}$$

em que $\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição acumulada de uma variável aleatória com distribuição normal padrão.

Chhikara e Folks (1977) mostraram que a função de risco $h(t \mid \mu, \lambda)$ é unimodal, ou seja, cresce até um valor máximo e depois decresce assintoticamente para $0,5\lambda\mu^{-2}$. Essa característica faz da distribuição Inversa-Gaussiana uma boa candidata para a modelagem de tempos de vida quando existe uma alta probabilidade de falhas iniciais.

Em contraste com outras distribuições usadas na análise de dados de sobrevivência, os estimadores de máxima verossimilhança de μ e λ, denotados respectivamente por $\widehat{\mu}$ e $\widehat{\lambda}$ podem ser obtidos analiticamente.

2.3 A Distribuição Log-Normal

A função densidade de probabilidade de uma variável aleatória não negativa T com distribuição Log-Normal pode ser escrita na forma:

$$f(t \mid \theta, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}t\sigma}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log t - \theta}{\sigma}\right)^2\right] \tag{2.4}$$

em que $\theta \in \mathbb{R}$ e $\sigma > 0$, são respectivamente, os parâmetros escala e forma. A função densidade é unimodal com máximo em $T_{\max} = \exp\left(\theta - \sigma^2\right)$. Verifica-se facilmente que $E(T) = \exp(\theta + 0,5\sigma^2)$ e $Var(T) = \exp(2\theta + \sigma^2)\left[\exp(\sigma^2) - 1\right]$.

A partir da função dada em (2.4) tem-se, respectivamente, as funções de distribuição e de risco, dadas por:

$$F(t \mid \theta, \sigma) = \frac{1}{2}\left[1 + \Phi\left(\frac{\log t - \theta}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right] \tag{2.5}$$

e

$$h(t \mid \theta, \sigma) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}t\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log t - \theta}{\sigma}\right)^2\right]}{1 - \frac{1}{2}\left[1 + \Phi\left(\frac{\log t - \theta}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right]}. \tag{2.6}$$

Da Expressão (2.6) verifica-se que o risco é unimodal e $\lim_{t\to\infty} h(t \mid \theta, \sigma) = 0$. Da mesma forma que na distribuição Inversa-Gaussiana, os estimadores de máxima verossimilhança de θ e σ podem ser obtidos analiticamente.

2.4 Procedimentos de Discriminação

Esta seção apresenta os procedimentos de discriminação baseado na razão das verossimilhanças e também os outros procedimentos baseados em estatísticas usadas para avaliar a qualidade do ajuste. Nota-se que os modelos considerados possuem o mesmo número de parâmetros. Isso faz com que a discriminação se desenvolva de forma adequada, pois caso contrário, o modelo com o maior número de parâmetros teria uma vantagem natural sobre o outro (MARSHALL; MEZA; OLKIN, 2001).

2.4.1 Método da Razão das Verossimilhanças

Suponha que $T_1, \ldots, T_n$ são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas $(i.i.d)$ com distribuição Inversa-Gaussiana (Log-Normal). Sejam $\ell_{IG}(\widehat{\mu}, \widehat{\lambda})$ e $\ell_{LN}(\widehat{\theta}, \widehat{\sigma})$, respectivamente, as funções log-verossimilhanças maximizadas das distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal. A estatística da razão das verossimilhanças, LR, é definida pela diferença entre os logaritmos das funções de verossimilhanças, escrita na forma:

$$LR = \ell_{IG}\left(\widehat{\mu}, \widehat{\lambda}\right) - \ell_{LN}\left(\widehat{\theta}, \widehat{\sigma}\right). \tag{2.7}$$

Como regra de decisão, discrimina-se em favor da distribuição Inversa-Gaussiana se $LR > 0$, caso contrário, escolhe-se a distribuição Log-Normal.

Utilizando-se da estatística LR é possível calcular a probabilidade de correta seleção (PCS). Tal probabilidade naturalmente dependerá da distribuição base. Se os dados forem originalmente provenientes de uma $IG(\mu, \lambda)$, a probabilidade de correta seleção pode ser escrita na forma:

$$PCS = P\left(LR > 0 \mid \text{Inversa-Gaussiana}\right). \tag{2.8}$$

No entanto, para o cálculo de (2.8) é necessário que se conheça a distribuição exata da esta-

tística *LR* (DEY; KUNDU, 2010). Quando os modelos sob julgamento são encaixados pode-se usar como critério de seleção, dentre outras, as estatísticas da razão das verossimilhanças, Wald ou escore (COX; HINKLEY, 1974; LEHMANN; CASELLA, 1998). Por outro lado, quando isso não ocorre, tem-se como alternativa utilizar a distribuição assintótica da estatística *LR*. Este é um problema clássico de teste de hipótese e muitas soluções foram propostas na literatura. Cox (1961, 1962) propôs um teste baseado na razão das verossimilhanças modificadas. A fim de sanar dificuldades numéricas na estatística proposta por Cox, White (1982) propôs uma aproximação bastante utilizada nos recentes artigos que tratam do problema de discriminação entre distribuições não encaixadas. Sob certas condições de regularidade, Cox (1961, 1962) e White (1982) mostraram que, sob a distribuição verdadeira, a estatística proposta e modificada, respectivamente por eles, é assintoticamente normal com média zero e variância v^2. Este é um resultado bastante interessante entretanto envolve a resolução de integrais que não apresentam soluções analíticas explícitas. Existem ainda dificuldades na obtenção da estimativa de v^2.

Ao leitor interessado recomenda-se as excelentes leituras de Pesaran (1984), Pesaran e Weeks (2001) ou Pesaran e Ulloa (2008) e as propostas discutidas em Vuong (1989) e Clarke (2003).

Neste trabalho, como alternativa a distribuição assintótica de *LR*, considera-se a estimação da *PCS* via simulações Monte Carlo. O procedimento consiste em gerar B amostras da Inversa-Gaussiana (Log-Normal) e contar o número de vezes em que $LR > 0$ (< 0). Naturalmente, $\widehat{PCS} = B^{-1}\#(LR > 0)$.

2.4.2 Métodos Baseados em Distâncias

A distância entre a função de distribuição teórica e a função de distribuição empírica é uma grandeza natural usada para avaliar a qualidade do ajuste (THAS, 2010). Os procedimentos de discriminação baseados em distâncias, basicamente, avaliam as distâncias entre a função de distribuição acumulada e a função de distribuição empírica (LUCEÑO, 2006). Estas estatísticas são usadas em geral para a avaliação da qualidade do ajuste (D'AGOSTINO; STEPHENS, 1986) apresentadas a seguir.

Kolmogorov-Smirnov (KS)

A estatística de Kolmogorov-Smirnov é definida por:

$$D_n = \frac{1}{2n} + \max_{1 \leq i \leq n} \left| z_i - \frac{i - 0,5}{n} \right|. \tag{2.9}$$

Cramér-von-Mises (CvM)

Que tem como estatística a quantidade:

$$W_n^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n} \left(z_i - \frac{i-0,5}{n} \right)^2 . \tag{2.10}$$

Anderson-Darling (AD)

A estatística de Anderson-Darling é escrita na forma:

$$A_n^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (2i-1) \left[\log z_i + \log \left(1 - z_{n+1-i} \right) \right] . \tag{2.11}$$

Variações do teste de Anderson-Darling

Algumas variações na estatística de Anderson-Darling são dadas pelas expressões abaixo:

Right-tail AD (ADR)

$$R_n^2 = \frac{n}{2} - 2 \sum_{i=1}^{n} z_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (2i-1) \log \left(1 - z_{n+1-i} \right) . \tag{2.12}$$

Left-tail AD (ADL)

$$L_n^2 = -\frac{3n}{2} + 2 \sum_{i=1}^{n} z_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (2i-1) \log z_i . \tag{2.13}$$

Right-tail AD de Segundo Grau (AD2R)

$$r_n^2 = 2 \sum_{i=1}^{n} \log \left(1 - z_i \right) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{2i-1}{1 - z_{n+1-i}} . \tag{2.14}$$

Left-tail AD de Segundo Grau (AD2L)

$$l_n^2 = 2 \sum_{i=1}^{n} \log z_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{2i-1}{z_i} . \tag{2.15}$$

AD de Segundo Grau (AD2)

$$a_n^2 = 2 \sum_{i=1}^{n} \left[\log z_i + \log \left(1 - z_i \right) \right] + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{2i-1}{z_i} + \frac{2i-1}{1 - z_{n+1-i}} \right) . \tag{2.16}$$

em que n o tamanho da amostra, $z_i = F\left(t_{(i)} \mid \widehat{\theta}\right)$ a função de distribuição acumulada localmente na estimativa de máxima verossimilhança de θ, $t_{(i)}$ são as as estatísticas de ordem da amostra e $\frac{i-0,5}{n}$ a função de distribuição empírica.

Da mesma maneira que no teste da razão das verossimilhanças escolhe-se o modelo com o menor valor da estatística (LUCEÑO, 2006). O número de vezes que o modelo é escolhido dividido pelo número de simulações estima a probabilidade de correta seleção.

É importante mencionar que as estatísticas, dadas pelas Expressões $(2.9-2.16)$, também podem ser usadas como métodos de estimação como alternativa ao método da máxima verossimilhança (LUCEÑO, 2006).

2.5 Estudo de Simulação

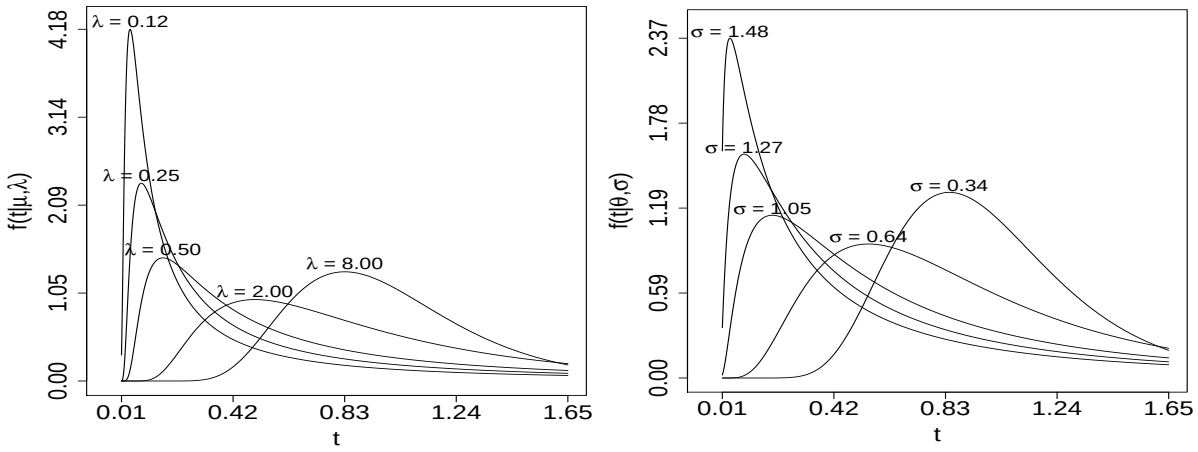
Nesta seção serão apresentados alguns experimentos numéricos para avaliar o desempenho dos métodos de discriminação discutidos na seção anterior. Precisamente, o que se avalia é o comportamento das probabilidades de correta seleção (PCS) para diferentes tamanhos de amostra e diferentes valores dos parâmetros.

No estudo de simulação foram geradas $B = 500.000$ amostras de tamanhos $n = 20$, 50, 80, 110, 140, 170 e 200. Os valores dos parâmetros foram tomados de modo que, independente da distribuição base, tem-se média, variância e coeficiente de variação aproximados (Tabela 2.1).

As Figuras 2.2 e 2.3 apresentam as $PCS's$ para cada cenário e método de discriminação. É importante mencionar que os valores das estatísticas baseados na qualidade do ajuste foram calculados localmente nos estimadores de máxima verossimilhança.

Tabela 2.1: Valores dos parâmetros usados no estudo de simulação.

$E(T)$	1	1	1	1	1	1	1
$Var(T)$	$0,125$	$0,25$	$0,50$	1	2	4	8
CV	$0,35$	$0,50$	$0,71$	1	$1,41$	2	$2,83$
Parâmetro	Distribuição Inversa-Gaussiana						
μ	1	1	1	1	1	1	1
λ	8	4	2	1	$0,5$	$0,25$	$0,125$
Parâmetro	Distribuição Log-Normal						
θ	$-0,06$	$-0,11$	$-0,20$	$-0,35$	$-0,55$	$-0,80$	$-1,10$
σ	$0,34$	$0,47$	$0,64$	$0,83$	$1,05$	$1,27$	$1,48$



(a) Distribuição Inversa-Gaussiana (b) Distribuição Log-Normal

Figura 2.1: Função densidade de probabilidade das distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal.

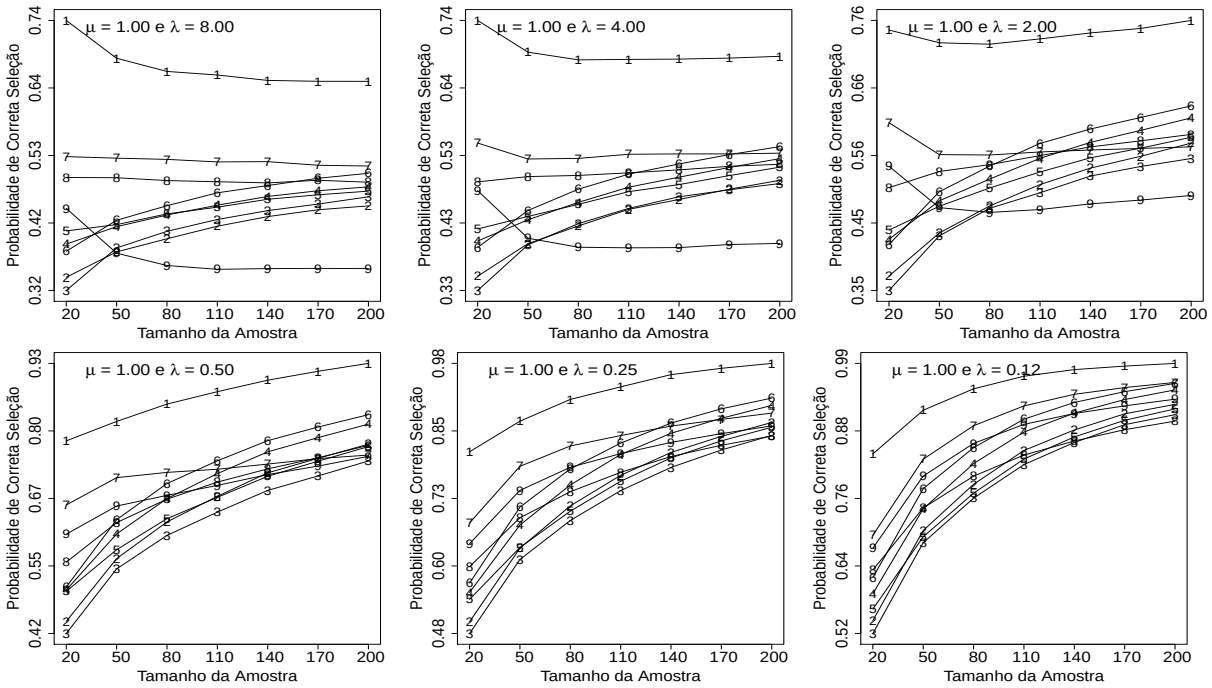


Figura 2.2: Estimativa da probabilidade de correta seleção quando os dados são provenientes da distribuição Inversa-Gaussiana. (1: LR, 2: CvM, 3: KS, 4: AD, 5: ADR, 6: ADL, 7: AD2R, 8: AD2L e 9: AD2).

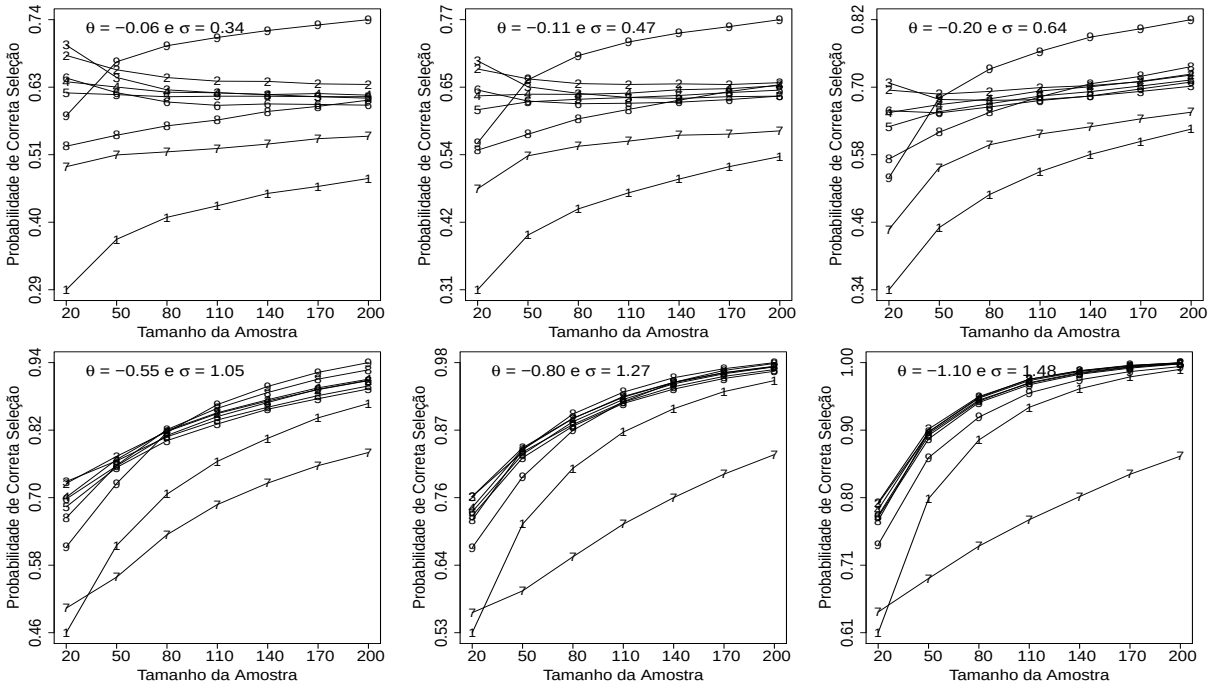


Figura 2.3: Estimativa da probabilidade de correta seleção quando os dados são provenientes da distribuição Log-Normal. (1: LR, 2: CvM, 3: KS, 4: AD, 5: ADR, 6: ADL, 7: AD2R, 8: AD2L e 9: AD2).

Como era de se esperar, as Figuras 2.2 e 2.3 evidenciam, independente da distribuição base, que a medida que o tamanho da amostra aumenta a probabilidade de correta seleção também aumenta. Apesar de um perceptível aumento, a velocidade com que a *PCS* cresce depende do cenário e da distribuição base.

Nota-se, especificamente na Figura 2.2, para valores do parâmetro de forma da distribuição Inversa-Gaussiana λ maiores do que 1, que há um baixo poder discriminatório, as $PCS's$ mantêm-se praticamente constantes, para a maioria dos critérios de discriminação. A medida que λ aumenta, menos influência o tamanho da amostra tem sobre a *PCS*. Ao passo que para valores de $\lambda < 1$, o que acarreta no aumento de falhas iniciais e na variabilidade dos dados, a probabilidade de correta seleção também aumenta. Em alta variabilidade o tamanho da amostra mínimo necessário para se ter uma probabilidade de correta seleção acima de 50% é de $n \geq 50$. O critério da razão das verossimilhanças (LR) mostra-se superior aos outros critérios, mesmo em baixa variabilidade e amostras pequenas.

Na Figura 2.3 tem-se as probabilidades de correta seleção quando a distribuição base é a Log-Normal. Observa-se, assim como a distribuição Inversa-Gaussiana, que quanto menor a variabilidade dos dados (menor o valor do parâmetro de forma σ), menor é a influência do tamanho da amostra na *PCS*. Nota-se que a *PCS* mantêm-se praticamente constante para a grande maioria dos critérios de discriminação. A medida que σ aumenta, consequentemente

aumenta a variabilidade dos dados e também, a probabilidade de correta seleção. Em alta variabilidade, o tamanho mínimo da amostra necessário para uma $PCS > 55\%$, é de $n \geq 50$. O critério Anderson-Darling de segundo grau $(AD2)$ mostra-se superior aos outros critérios mesmo em baixa variabilidade e amostras pequenas.

Desse modo, tem-se que o critério da razão das verossimilhanças (LR) é mais eficiente quando a distribuição base é a Inversa-Gaussiana, mesmo em amostras pequenas. Os outros critérios de discriminação baseados nas estatísticas que avaliam a qualidade do ajuste (com excessão do critério $AD2R$) apresentaram comportamentos similares e são mais eficientes quando a distribuição base é a Log-Normal, para todos tamanhos de amostras. Para a distribuição Log-Normal o critério da razão das verossimilhanças mostra-se ineficiente para $n < 50$ e valores de $\sigma < 1$.

A fim de tornar mais clara a comparação entre os métodos de discriminação, as Figuras 2.4 e 2.5 apresentam, separadamente para cada critério, o comportamento da probabilidade de correta seleção.

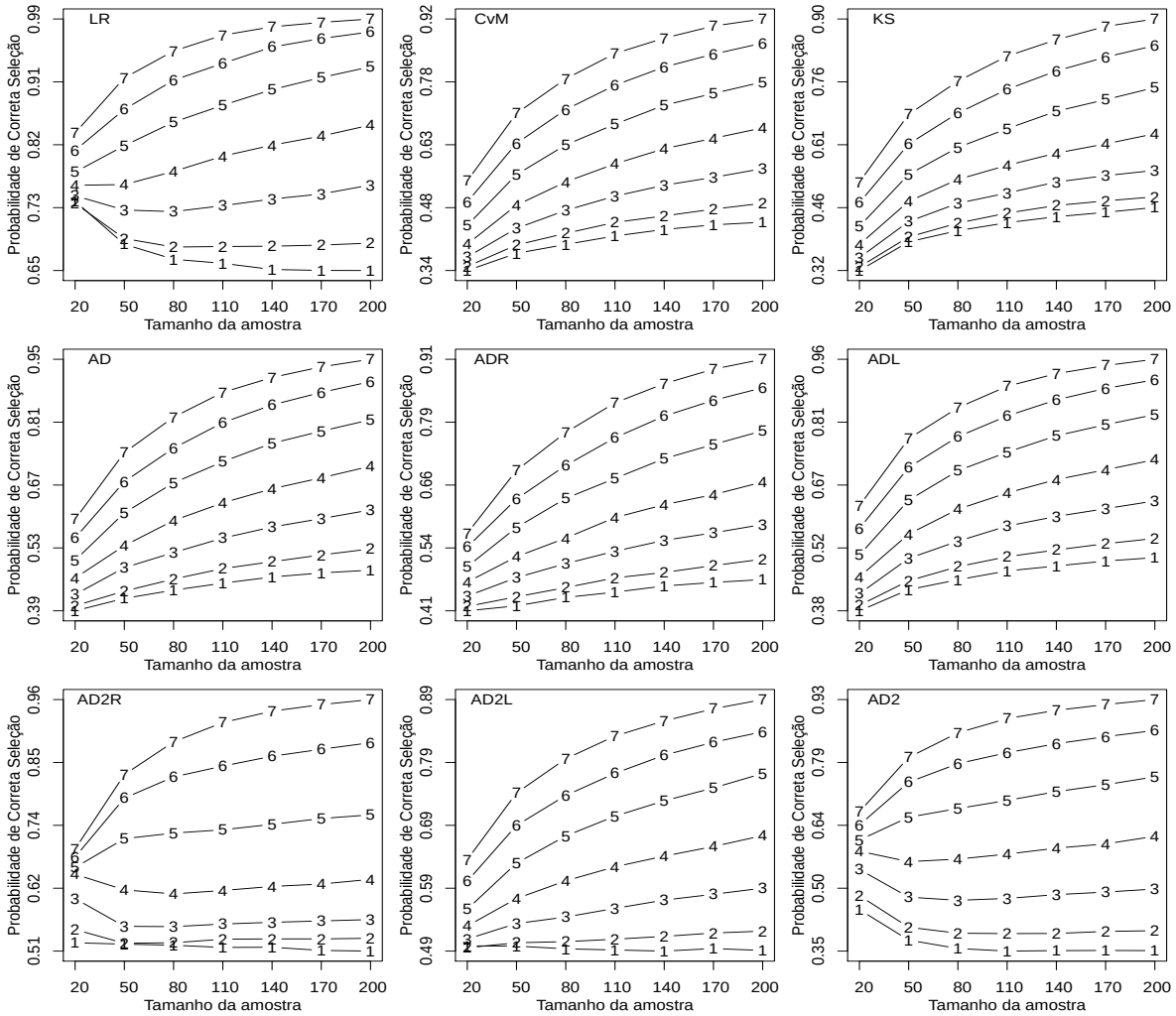


Figura 2.4: Comportamento da probabilidade de correta seleção para cada um dos critérios e cenários, distribuição Inversa-Gaussiana. $1:(\mu=1$ **e** $\lambda=8)$**,** $2:(\mu=1$ **e** $\lambda=4)$**,** $3:(\mu=1$ **e** $\lambda=2)$**,** $4:(\mu=1$ **e** $\lambda=1)$**,** $5:(\mu=1$ **e** $\lambda=0{,}5)$ $6:(\mu=1$ **e** $\lambda=0{,}25)$ **e** $7:(\mu=1$ **e** $\lambda=0{,}125)$**.**

Pode-se observar na Figura 2.4 que há um decaimento nas probabilidades de correta seleção nos cenários 1 e 2 dos métodos de discriminação *LR*, *AD*2*R* e *AD*2. Nestes cenários, especificamente, o tamanho da amostra não influencia na melhoria da probabilidade de correta seleção. No entanto, o método *LR* ainda apresenta-se como o melhor método, no pior dos cenários as *PCS* ficam acima de 65%. Nos outros cenários dos métodos *LR*, *AD*2*R* e *AD*2 e nos outros métodos de discriminação, todos os cenários têm comportamentos semelhantes e se apresentam conforme o esperado – a medida que o tamanho da amostra aumenta, a probabilidade de correta seleção também aumenta.

A Figura 2.5 observa-se que com excessão dos métodos de discriminação *LR*, *AD*2*R* e *AD*2, todos os outros métodos apresentam desempenhos semelhantes. Mesmo em cenários com baixa variabilidade $(\sigma < 1)$ as probabilidades de correta seleção mantêm-se acima de 50%. Notem que, para os métodos *LR*, *AD*2*R* e *AD*2, a probabilidade de correta seleção aumenta a medida

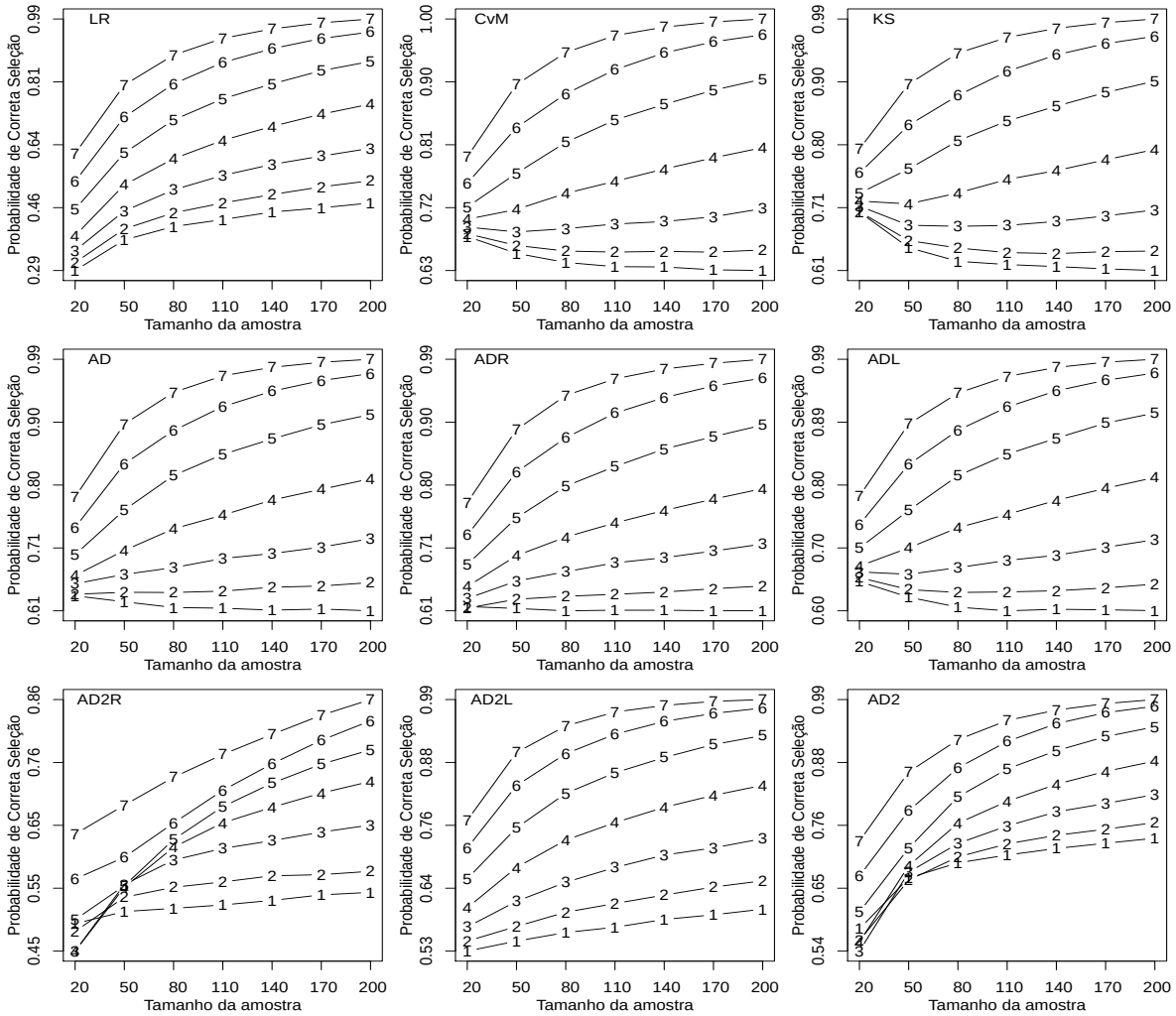


Figura 2.5: Comportamento da probabilidade de correta seleção para cada um dos critérios e cenários, distribuição Log-Normal. $1:(\theta=-0,06$ **e** $\sigma=0,34)$**,** $2:(\theta=-0,11$ **e** $\sigma=0,47)$**,** $3:(\theta=-0,20$ **e** $\sigma=0,64)$**,** $4:(\theta=-0,35$ **e** $\sigma=0,83)$**,** $5:(\theta=-0,55$ **e** $\sigma=1,05)$**,** $6:(\theta=-0,80$ **e** $\sigma=1,27)$ **e** $7:(\theta=-1,10$ **e** $\sigma=1,48)$**.**

que o tamanho da amostra aumenta. No entanto, o método *AD*2 mostra-se superior aos demais.

2.6 Análise de Dados Reais

Nesta seção, as distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal são ajustadas a 6 conjuntos de dados reais retirados da literatura. O objetivo é aplicar os procedimentos de discriminação, descritos anteriormente, para a seleção do modelo mais apropriado. É importante mencionar que os 6 conjuntos de dados foram analisados na literatura segundo o ajuste da distribuição Log-Normal.

As estimativas da máxima verossimilhança e os valores das estatísticas baseados em distâncias foram calculadas, respectivamente, no procedimento *SAS/NLMIXED* (SAS, 2010) e a partir

das funções disponíveis na biblioteca *fitdistrplus*, (DELIGNETTE-MULLER et al., 2014), do ambiente *R* (R Development Core Team, 2011).

Dados 1: O primeiro conjunto de dados $(n = 30)$, extraído de Kumagai et al. (1989), indicam as concentrações médias diárias do tolueno no ar (medidas em $TWAs/8h$) durante um período de trinta dias em uma determinada fábrica. Os valores observados foram:

13,6 11,1 66,9 4,9 5,8 6,9 4,9 2,1 3,2 8,3 10,5 1,1 17,4 0,9 50,9 7,8 2,6 21,9
3,1 2,9 6,2 58,3 20,4 22,4 16,6 8,7 5,2 58,6 1,9 57,4

Dados 2: Uma amostra com as concentrações de clorobenzeno no ar (dado em $TWAs/15min$) de uma fábrica foi apresentada em Kumagai e Matsunaga (1995). Os 31 valores observados são referentes às concentrações médias calculadas a cada quinze minutos em um turno de oito horas. As médias foram:

13,7 10,2 9,9 4,3 5,6 45,6 42,0 14,1 3,8 9,3 10,6 91,3 2,2 3,8 6,0 17,8 131,8
31,0 4,2 2,6 27,6 1,7 7,0 2,1 1,5 7,5 2,5 2,4 51,9 12,9 12,3

Dados 3: Em Gupta, Kannan e Raychaudhuri (1997) analisou-se os tempos de sobrevivência (em dias) de cobaias que receberam injeções de bacilos causadores da tuberculose. Os tempos até a morte das 72 cobaias foram:

12 15 22 24 24 32 32 33 34 38 38 43 44 48 52 53 54 54 55 56 57 58 58 59 60
60 60 60 61 62 63 65 65 67 68 70 70 72 73 75 76 76 81 83 84 85 87 91 95 96
98 99 109 110 121 127 129 131 143 146 146 175 175 211 233 258 258 263
297 341 341 376

Dados 4: Chhikara e Folks (1977) analisaram 46 observações referentes a tempos de reparo (em horas) de um transceptor aéreo:

0,2 0,3 0,5 0,5 0,5 0,5 0,6 0,6 0,7 0,7 0,7 0,8 0,8 1,0 1,0 1,0 1,0 1,1 1,3 1,5
1,5 1,5 1,5 2,0 2,0 2,2 2,5 2,7 3,0 3,0 3,3 3,3 4,0 4,0 4,5 4,7 5,0 5,4 5,4 7,0
7,5 8,8 9,0 10,3 22,0 24,5

Dados 5: Um estudo com tempos (em dias) de conservação de um produto alimentício foi apresentada em Gacula e Kubala (1975). Os tempos de conservação das 26 amostras analisadas desse produto foram:

24 24 26 26 32 32 33 33 33 35 41 42 43 47 48 48 48 50 52 54 55 57 57 57
57 61

Dados 6: Os dados apresentados em Chen (2006) foram coletados em um processo de fabricação de um laminado plástico (supostamente sob controle estatístico) cuja resistência deve ultrapassar alguns quilos mínimos por polegada quadrada (psi). Os dados abaixo são referentes a resistências de laminado plástico (em psi) de 49 amostras:

21,87 23,8 24,83 25,8 29,95 30,26 31,23 31,29 31,86 32,48 33,38 33,73 33,88
33,93 34,03 34,5 34,9 35,57 35,66 39,44 41,76 41,96 42,21 42,66 43,27 43,41
44,06 45,32 47,39 47,98 48,81 50,76 51,54 54,67 54,92 55,33 57,24 59,3
60,41 60,89 61,63 68,93 71,96 72,65 73,51 76,15 78,48 81,37 99,43

As estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros das distribuições Inversa-Gaussiana e Log-Normal, considerando os conjuntos de dados descritos acima, encontram-se nas Tabelas 2.2 e 2.3. Estas tabelas apresentam também, os valores do logaritmo da função verossimilhança calculadas localmente nas estimativas de máxima verossimilhança e serão usadas para a discriminação do modelo mais apropriado. São apresentadas também as estimativas das médias e desvios padrão.

Tabela 2.2: Estimativas de máxima verossimilhança (erros padrão) e valores dos logaritmos da função verossimilhança para a distribuição Inversa-Gaussiana.

Dados	$\widehat{\mu}$	$\widehat{\lambda}$	$\widehat{E(T)} = \widehat{\mu}$	$\widehat{S(T)}$	$-2 \times \ell\left(\widehat{\mu}, \widehat{\lambda} \mid t\right)$
1	16,7500 (4,9228)	6,4641 (1,6690)	16,7500 (4,9228)	26,9631 (12,3857)	223,9328
2	19,0062 (5,5336)	7,2326 (1,8371)	19,0062 (5,5336)	30,8102 (14,0127)	231,6046
3	99,8194 (9,5639)	151,0200 (25,1704)	99,8194 (9,5639)	81,1525 (13,4819)	781,4446
4	3,6065 (0,7841)	1,6589 (0,3459)	3,6065 (0,7841)	5,3177 (1,8206)	198,1186
5	42,8846 (2,5028)	484,2500 (134,3100)	42,8846 (2,5028)	12,7619 (2,0929)	203,0396
6	47,1508 (2,4434)	358,3400 (72,3962)	47,1508 (2,4434)	17,1035 (2,1800)	408,0334

Na Tabela 2.4 tem-se os valores das estatísticas calculadas para os nove métodos de discriminação. No método da razão das verossimilhanças a regra de decisão é favorável a distribuição Inversa-Gaussiana se $LR > 0$. Nos outros métodos, a regra de decisão é favorável ao modelo que apresenta o menor valor da estatística. Com base nos valores das estatísticas os conjuntos de dados 1 e 3 a distribuição Log-Normal é escolhida como a melhor opção. Para os outros conjuntos de dados, a distribuição Inversa Gaussiana foi a melhor. A Figura 2.6 mostra a curva da distribuição empírica acumulada contra função de distribuição ajustadas pelas distribuições

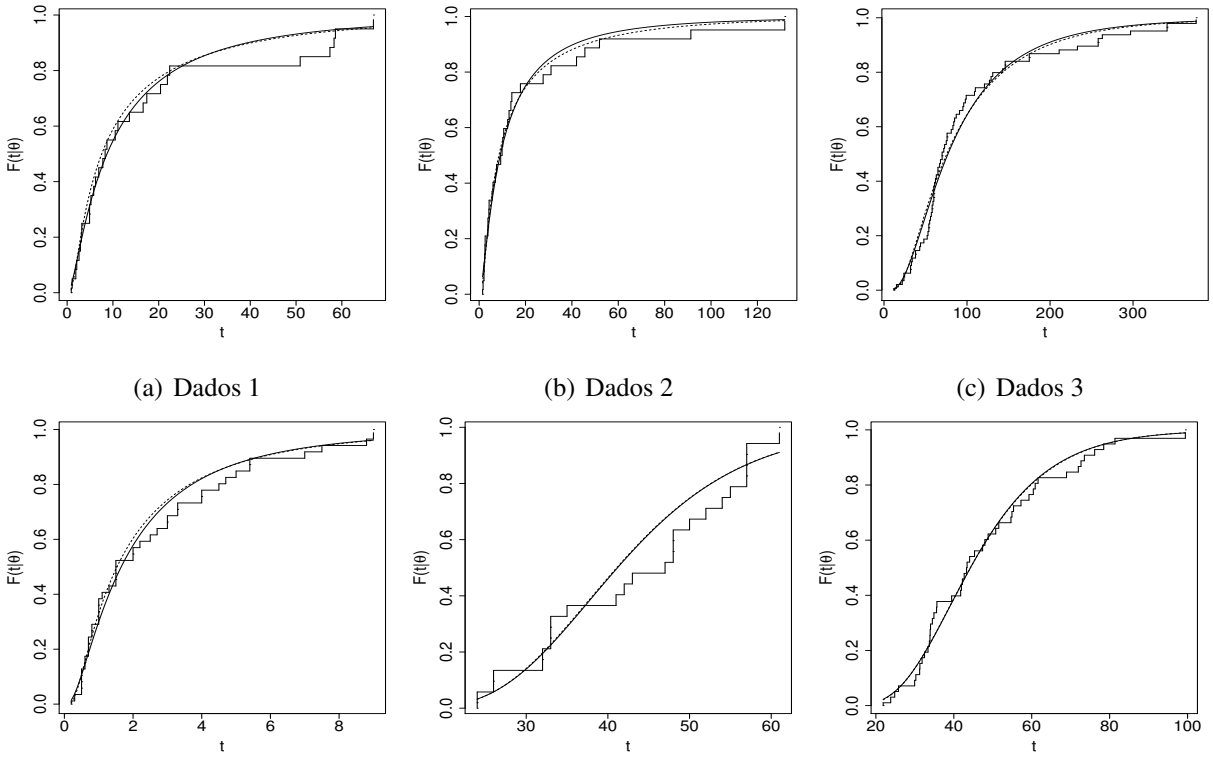
Tabela 2.3: Estimativas de máxima verossimilhança (erros padrão) e valores dos logaritmos da função verossimilhança para a distribuição Log-Normal.

Dados	$\widehat{\theta}$	$\widehat{\sigma}$	$\widehat{E(T)}$	$\widehat{S(T)}$	$-2\times\ell\left(\widehat{\theta},\widehat{\sigma}\mid t\right)$
1	$2,1643$ $(0,2148)$	$1,1765$ $(0,1519)$	$17,3977$ $(4,8611)$	$30,0905$ $(14,1178)$	$224,7448$
2	$2,2039$ $(0,2107)$	$1,1733$ $(0,1490)$	$18,0337$ $(4,9378)$	$31,0336$ $(14,2699)$	$234,5268$
3	$4,3443$ $(0,08372)$	$0,7104$ $(0,05920)$	$99,1514$ $(9,2895)$	$80,3328$ $(13,6721)$	$780,6704$
4	$0,6584$ $(0,1625)$	$1,1018$ $(0,1149)$	$3,5444$ $(0,7299)$	$5,4527$ $(1,8920)$	$200,0326$
5	$3,7180$ $(0,0574)$	$0,2924$ $(0,04055)$	$42,9801$ $(2,5170)$	$12,8420$ $(2,1410)$	$203,1834$
6	$3,7903$ $(0,0504)$	$0,3528$ $(0,03564)$	$47,1123$ $(2,4474)$	$17,1531$ $(2,2327)$	$408,4086$

Inversa-Gaussiana e Log-Normal. Observa-se que a sobreposição das curvas de sobrevivência teóricas às curvas empíricas são praticamente indistinguíveis.

Tabela 2.4: Valores calculados das estatísticas para cada conjunto de dados.

Dados	Distribuição	LR	CvM	KS	AD	ADR	ADL	AD2R	AD2L	AD2
1	IG	-0,4060	0,033	0,095	0,303	0,202	0,101	3,029	1,829	4,858
	LN		0,029	0,099	0,282	0,207	0,075	3,257	1,118	4,376
2	IG	-1,4611	0,033	0,088	0,234	0,095	0,139	1,130	1,871	3,001
	LN		0,049	0,093	0,365	0,164	0,202	2,112	2,633	4,745
3	IG	0,3871	0,161	0,111	0,882	0,405	0,477	3,422	8,182	11,605
	LN		0,150	0,097	0,833	0,436	0,397	4,457	2,750	7,208
4	IG	-0,9570	0,062	0,092	0,395	0,234	0,162	2,570	2,461	5,031
	LN		0,071	0,094	0,436	0,227	0,209	2,452	1,629	4,081
5	IG	-0,0719	0,148	0,176	0,912	0,519	0,393	3,934	3,188	7,122
	LN		0,147	0,173	0,916	0,507	0,409	3,889	3,443	7,332
6	IG	-0,1876	0,063	0,116	0,378	0,160	0,218	1,510	1,960	3,470
	LN		0,068	0,119	0,412	0,181	0,231	1,658	2,037	3,696



(a) Dados 1 (b) Dados 2 (c) Dados 3

(d) Dados 4 (e) Dados 5 (f) Dados 6

Figura 2.6: Função distribuição empírica e distribuições teóricas ajustadas (linha tracejada: distribuição Inversa-Gaussiana, linha contínua: distribuição Log-Normal e escada: função distribuição empírica).

2.7 Considerações Finais

Neste trabalho, considerou-se o problema da discriminação entre as funções de distribuição de probabilidade Log-Normal e Inversa-Gaussiana. Foram utilizados o método da razão das verossimilhanças e vários métodos baseados em distâncias. Os desempenhos dos métodos de discriminação (Seção 2.5) foram verificados via simulações Monte Carlo. Precisamente, o que se avaliou foram os comportamentos das probabilidades de correta seleção (PCS), considerando diferentes cenários, ou seja, diferentes tamanhos de amostra e diferentes valores dos parâmetros de forma. Observou-se que a medida que o tamanho da amostra aumenta a probabilidade de correta seleção também aumenta, no entanto a velocidade desse aumento depende do cenário e da distribuição base. O método baseado na razão das verossimilhanças, para os cenários considerados, apresentou uma melhor performace, principalmente quando a distribuição base era a Inversa-Gaussiana.

Foram analisados também seis conjuntos de dados reais para fins ilustrativos. Apesar do ajuste dos modelos serem próximos (Figura 2.6) a distribuição Log-Normal foi mais vezes

escolhida como a melhor opção. Observou-se que em determinados casos, a escolha da melhor distribuição são dadas de forma clara, no entanto para alguns conjuntos de dados essa escolha não é tão simples.

2.8 Propostas Futuras

Nos últimos anos têm sido propostas uma infinidade de novas distribuições de probabilidade, em geral, úteis na análise de dados de sobrevivência. O processo de construção de uma nova distribuição — apesar de não ser único — é relativamente simples. Entretanto, nem sempre esta distribuição tem parâmetros identificáveis e/ou precisamente estimados. Um ponto importante é avaliar se distribuições com características comuns (mesmo número de parâmetros, mesmo comportamento das funções de densidade e de risco) são discrimináveis entre si. O estudo de métodos alternativos de estimação e o processo de discriminação entre distribuições é uma linha de pesquisa bastante promissora, entretanto, tem sido estudada numa velocidade modesta.

Como proposta futura, associada ao problema de discriminação entre distribuições rivais, considerar-se-á as distribuições Beta (KOTZ; DORP, 2004) e Kumaraswamy (KUMARASWAMY, 1980), ambas usadas em situações em que a resposta é restrita ao intervalo $(0,1)$. Suas funções de densidade são escritas, respectivamente, como:

$$f(t \mid \alpha,\beta) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1} \tag{2.17}$$

e

$$f(t \mid \alpha,\beta) = \alpha\beta t^{\beta-1}\left(1-t^{\beta}\right)^{\alpha-1} \tag{2.18}$$

em que $0 < t < 1$, $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

A Figura 2.7 ilustra os comportamentos de (2.17) e (2.18) para diferentes valores de α e β. A similaridade entre as curvas pode ser um argumento para a escolhas de tais distribuições no processo de discriminação.

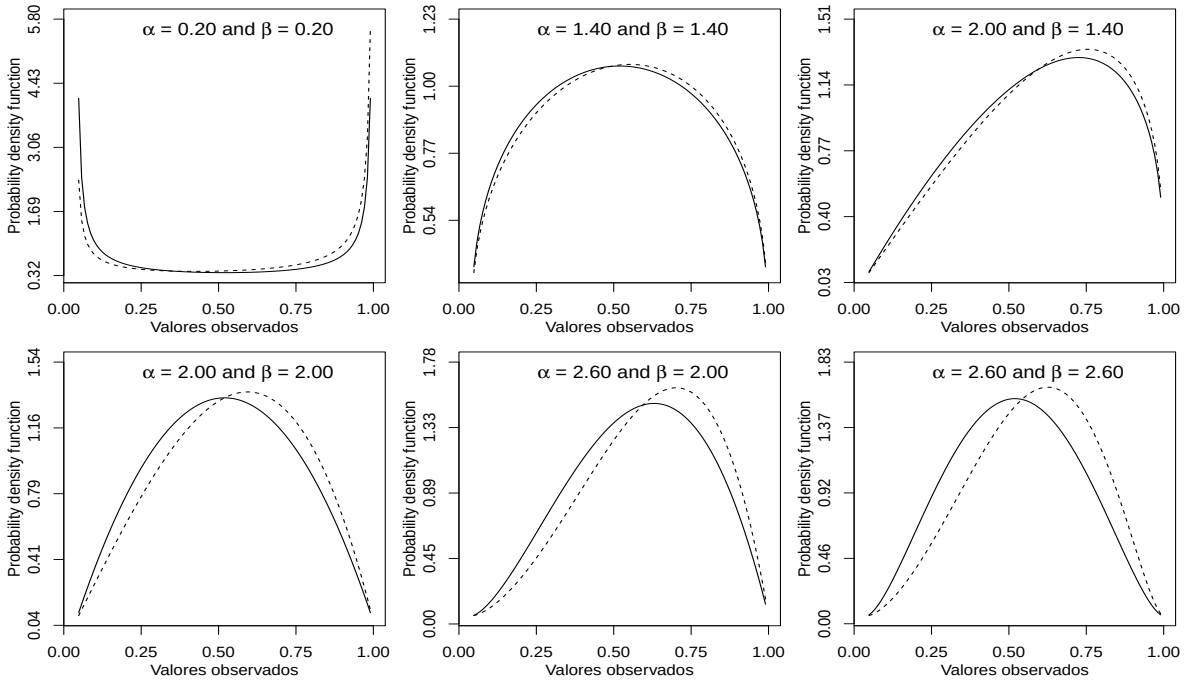


Figura 2.7: Comportamento das funções densidade de probabilidade das distribuições Beta (linha contínua) e Kumaraswamy (linha tracejada)

Capítulo 3

MODELAGEM DO TEMPO ATÉ A PRIMEIRA POSTURA DE CODORNAS

Resumo

Geralmente em análise de sobrevivência a resposta observada indica o tempo transcorrido entre o início do estudo e a ocorrência de um determinado evento. Neste trabalho, a variável resposta, decorrente de um experimento fatorial 2×3, descreve o número de dias transcorridos entre o nascimento e a primeira postura (evento) de codornas das linhagens amarela, azul e vermelha e submetidas a dois níveis de dieta alimentar. Tem-se como objetivo principal a seleção de uma distribuição de probabilidade que descreva de maneira razoável o comportamento da idade (em dias) até a primeira postura. Em cada um dos grupos estudados (linhagens versus dietas), dada a natureza da resposta, foram adotadas como candidatas as distribuições: Burr XII, Gama, Inversa-Gaussiana, Log-Normal, Weibull e Log-Logística. Para todas as distribuições foram estimados, pontualmente e intervalarmente, o tempo médio e o tempo mais provável da primeira postura, interpretados também como a idade média e a idade mais provável da primeira postura. Os procedimentos analíticos e gráficos, usados como ferramentas de discriminação, mostram que a distribuição Burr XII, na maioria dos grupos, é a mais indicada para descrever a variável resposta considerada. A escolha de uma distribuição de probabilidade capaz de descrever de maneira eficiente o fenômeno em estudo tem implicações no manejo animal e consequentemente na sustentabilidade da produção.

Abstract

Usually in survival analysis the observed response indicates the time elapsed between the baseline and the occurrence of a certain event. In this paper, the response variable, resulting from a 2×3 factorial experiment, describes the number of days elapsed between the birth and the first posture (event) of quails, subjected to two levels of diet and from yellow, blue and red strains. The main objective in this paper is the selection of a probability distribution that describes reasonably well the behavior of the age (in days) until the first posture. In each of the groups studied (strains versus diets), given the nature of the response, were adopted as candidates distributions: Burr XII, Gamma, Gaussian-Inverse, Log-Normal, Weibull and Log-Logistic. For all distributions were obtained then point and interval estimates to the average time and the time more likely the first posture, interpreted also as the average age and age more likely the first posture. Analytical procedures and charts, used as tools for discrimination, show that the Burr XII distribution, in several groups, is appropriate to describe the response variable under study. The choice of a probability distribution can efficiently describe the phenomenon under study has implications for animal management and therefore the sustainability of production.

3.1 Introdução

A utilização de modelos que reflitam de modo parcimonioso a realidade biológica é de grande importância na otimização de sistemas de produção animal. Em se tratando de codornas, criadas para a produção de ovos, as ferramentas instrínsecas a área de análise de sobrevivência podem ser utilizadas na estimação de parâmetros, associados com o tempo até a primeira postura. Uma vez adotada uma distribuição de probabilidade, parâmetros como a idade média e a idade mais provável da primeira postura, importantes no processo de seleção de linhagens e/ou escolha de dietas mais efetivas, podem ser estimados (LEE e WANG, 2003; LAWLESS, 2003).

Uma questão importante e usual na análise estatística paramétrica refere-se a escolha da distribuição de probabilidade mais apropriada (MURTHY; BULMER; ECCLESTON, 2004). Nos últimos anos foram propostas uma infinidade de novas distribuições para a análise de dados relacionados ao tempo até a ocorrência de algum evento de interesse. Apesar disso, distribuições de probabilidade tradicionais, como a Burr XII, a Gama, a Inversa-Gaussiana, a Log-Normal, a Weibull e a Log-Logística ainda mostram-se úteis (XIE; TANG; GOH, 2002). Neste trabalho o objetivo principal é selecionar, segundo vários critérios, uma dessas distribuições para que se descreva, de maneira aceitável, o comportamento do tempo até a primeira postura.

É importante destacar que, decorrente de seu rápido crescimento, as codornas atingem a maturidade sexual com idade entre 35 a 42 dias de vida, ou seja, inicia o seu ciclo de postura com idade precoce, o que é vantajoso comercialmente. Para fins comerciais recomenda-se uma vida útil de um ano. Durante o período produtivo, a produção de ovos pode chegar a valores superiores a 300 ovos por ave, quando manejadas e alojadas adequadamente (JESUS, 2007).

O capítulo está organizado da seguinte forma: na Seção 3.2 é apresentada a motivação para a escolha da metodologia adotada no trabalho. Algumas propriedades da distribuição Burr XII são apresentadas na Seção 3.3. As Subseções 3.3.1 e 3.3.2 apresentam, respectivamente, a estimação via função de verossimilhança da distribuição Burr XII, as distribuições alternativas consideradas e os métodos de discriminação. Algumas considerações a respeito dos dados utilizados são apresentadas na Seção 3.4. Os resultados dos procedimentos de discriminação e dos ajustes são apresentados e discutidos na Seção 3.5. Algumas considerações na Seção 3.6 finaliza este capítulo.

3.2 Materiais e Métodos

Nesse trabalho, para descrever o tempo até a primeira postura de codornas utilizou-se as distribuições de probabilidade: Burr XII, Gama, Inversa-Gaussiana, Log-Normal, Weibull e Log-Logística. A justificativa para a adoção das distribuições Burr XII, Inversa-Gaussiana, Log-Normal e Log-Logística relaciona-se ao fato que todas têm, de acordo com os valores dos parâmetros de forma, funções de risco cujo comportamento é unimodal. Na literatura de análise de sobrevivência a função de risco também é conhecida por função de taxa de falha, definida como sendo a taxa de ocorrência de um evento por unidade de tempo (LAWLESS, 2003). Em uma distribuição com taxa de falha unimodal o número de eventos por unidade de tempo cresce até atingir um ponto de máximo e após esse máximo ser atingido essa taxa tende assintoticamente para zero ou algum outro valor a medida que o tempo tende ao infinito. Na prática, muitas vezes, tem-se interesse em estimar esse ponto de máximo, também chamado de ponto de mudança (MAZUCHELI; COELHO-BARROS; ACHCAR, 2005, 2012).

Por sua vez, as distribuições Gama e Weibull foram adotadas por serem distribuições muito usadas em análise de dados de sobrevivência. Vale lembrar que ambas podem acomodar taxa de falha monótona crescente ou monótona decrescente tendo a distribuição Exponencial como caso particular.

Motivados por seus casos particulares e propriedades, que se assemelham às outras distribuições supracitadas, foi dado nesse trabalho enfâse maior à distribuição Burr XII (TADIKA-

MALLA, 1980).

3.3 A Distribuição Burr XII

Irving W. Burr em 1942 propôs um sistema com 12 funções de distribuição de probabilidade sendo algumas delas com suporte nos reais positivos logo, muito usadas na análise de dados de sobrevivência. Graças a sua relação com outras distribuições de probabilidade, o membro do sistema Burr mais utilizado é a distribuição Burr tipo XII ou simplesmente Burr XII, também conhecida como distribuição Singh-Maddala (SINGH; MADDALA, 1976; KLUGMAN; PANJER; WILLMOT, 2008).

Uma variável aleatória não negativa T com distribuição Burr XII tem as funções de densidade, de sobrevivência e de risco, escritas respectivamente, nas formas:

$$f(t \mid \Theta) = \frac{\gamma\alpha t^{\alpha-1}}{\theta^{\alpha}}\left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-(\gamma+1)}, \tag{3.1}$$

$$S(t \mid \Theta) = \left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-\gamma}, \tag{3.2}$$

$$h(t \mid \Theta) = \frac{\gamma\alpha t^{\alpha-1}}{\theta^{\alpha}}\left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-1} \tag{3.3}$$

em que $\Theta = (\theta, \alpha, \gamma)$ tal que $\theta > 0$ é o parâmetro de escala e $\alpha > 0$ é o parâmetro de forma. O parâmetro $\gamma > 0$ não influencia o comportamento das funções de densidade e de risco, apesar de em muitos trabalhos ser definido como parâmetro de forma. É importante mencionar que a formulação original da distribuição Burr XII considerou $\theta = 1$. A formulação em que θ é desconhecido foi introduzida por Tadikamalla (1980).

A função densidade de probabilidade (3.1) é unimodal com máximo em $T_{\max} = \theta \sqrt[\alpha]{\frac{\alpha-1}{1+\gamma\alpha}}$ quando $\alpha > 1$ e é em forma de L para $\alpha \leq 1$. A função de risco (3.3) é decrescente quando $\alpha \leq 1$ e unimodal para $\alpha > 1$ com máximo em $\theta \sqrt[\alpha]{(\alpha-1)}$. Esta última característica torna a distribuição Burr XII uma concorrente natural das distribuições Log-Normal, Inversa-Gaussiana, Log-Logística, entre outras.

Em adição aos parâmetros θ, α e γ pode-se adicionar um parâmetro de locação em (3.1) e por consequência em (3.2) e (3.3) a partir da transformação $Y = \mu + T$ para $T > \mu$. Para $\mu = 0$ e $\theta = 1$, Y tem distribuição Burr XII padrão. Para uma transformação da forma $Y = T^{-1}$ tem-se a distribuição Burr III, também conhecida como distribuição Dagum (TADIKAMALLA, 1980) e para $Y = \log(T)$ tem-se a distribuição Log-Burr XII (SILVA et al., 2008).

Alguns casos particulares da Burr XII incluem: a distribuição Lomax (Pareto do segundo

tipo) para $\alpha = 1$, a distribuição Log-Logística para $\gamma = 1$ e a distribuição Weibull para $\gamma \to \infty$. Os trabalhos de Rodriguez (1977), Tadikamalla (1980) e Zimmer, Keats e Wang (1998) exploram em detalhes a conexão entre a Burr XII e outras distribuições de probabilidade.

Por fim, recentes extensões da Burr XII incluem ainda a distribuição Burr XII estendida (GHARIB; EL-DIN; MOHAMMED, 2010), a Beta-Burr XII (PARANAÍBA et al., 2011), a Burr XII Geométrica (EL-DIN; KOTB, 2011) e a Kumaraswamy Burr XII (PARANAÍBA et al., 2013), entre outras.

3.3.1 Estimação Via Máxima Verossimilhança

Sejam $t_1, \ldots, t_n$ os valores observados de uma variável aleatória T com distribuição Burr XII e função de densidade definida em (3.1) com vetor de parâmetros $\Theta = (\theta, \alpha, \gamma)$. A função verossimilhança e o logaritmo da função verossimilhança, (PAWITAN, 2001; MILLAR, 2011), são escritas, respectivamente, como:

$$L(\Theta \mid \mathbf{t}) \propto \left(\frac{\gamma\alpha}{\theta^{\alpha}}\right)^{n} \prod_{i=1}^{n} t_i^{\alpha} \left[1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-(\gamma+1)} \tag{3.4}$$

e

$$\ell(\Theta \mid \mathbf{t}) \propto n\left[\log(\gamma) + \log(\alpha) - \alpha\log(\theta)\right] + \alpha\sum_{i=1}^{n}\log(t_i) - (\gamma+1)\sum_{i=1}^{n}\log\left[1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]. \tag{3.5}$$

As estimativas de máxima verossimilhança $\widehat{\Theta} = \left(\widehat{\theta}, \widehat{\alpha}, \widehat{\gamma}\right)$ de $\Theta = (\theta, \alpha, \gamma)$ são obtidas pela maximização da função log-verossimilhança. Neste caso a função de verossimilhança é maximizada, resolvendo-se, simultaneamente, em θ, α e γ as equações:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ell(\Theta \mid \mathbf{t}) = -\frac{n\alpha}{\theta} - \frac{(\gamma+1)\,\alpha}{\theta^{\alpha+1}}\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i^{\alpha}}{1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}}, \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\ell(\Theta \mid \mathbf{t}) = \frac{n}{\alpha} - n\log(\theta) + \sum_{i=1}^{n}\log(t_i) - \frac{(\gamma+1)}{\theta^{\alpha}}\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i^{\alpha}\log\left(t_i\theta^{-1}\right)}{1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}}, \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial}{\partial\gamma}\ell(\Theta \mid \mathbf{t}) = \frac{n}{\gamma} - \sum_{i=1}^{n}\log\left[1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]. \tag{3.8}$$

A partir da Equação 3.8 observa–se que $\widehat{\gamma} = \widehat{\gamma}\left(\widehat{\theta}, \widehat{\alpha}\right) = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\log\left[1+\left(\frac{t_i}{\widehat{\theta}}\right)^{\widehat{\alpha}}\right]}$ enquanto que as Equações 3.6 e 3.7 devem ser resolvidas numericamente considerando-se $\gamma = \gamma(\theta, \alpha)$.

Os intervalos de confiança para θ, α e γ podem ser construídos a partir da normalidade assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança. Como alternativa as estimativas de

máxima verossimilhança pode-se considerar as obtidas a partir dos métodos descritos em Usta (2013) ou Al-Noor e Al-Ameer (2014). Esses métodos não são considerados neste trabalho.

Pela propriedade de invariância dos estimadores de máxima verossimilhança estima-se $T_{\max}$ e $E(T)$, respectivamente, por $\widehat{T}_{\max} = \widehat{\theta}\sqrt[\widehat{\alpha}]{\frac{\widehat{\alpha}-1}{1+\widehat{\gamma}\widehat{\alpha}}}$ e $\widehat{E(T)} = \frac{\widehat{\theta}}{\widehat{\alpha}\Gamma(\widehat{\gamma})}\Gamma\left(\frac{\widehat{\gamma}\widehat{\alpha}-1}{\widehat{\alpha}}\right)\Gamma\left(\frac{1}{\widehat{\alpha}}\right)$ enquanto que $Var\left(\widehat{T}_{\max}\right)$ e $Var\left(\widehat{E(T)}\right)$ são obtidas a partir da aplicação do método delta (CASELLA; BERGER, 1990). Será visto, na Seção 3.5, que $\widehat{T}_{\max}$ e $\widehat{E(T)}$ estimam, respectivamente, a idade (em dias) mais provável e a idade média da primeira postura.

3.3.2 Distribuições de Probabilidade Alternativas e Critérios de Discriminação

Com propósitos de comparações, além da distribuição Burr XII, também foram consideradas 5 distribuições alternativas, resumidamente descritas a seguir.

• Distribuição Gama:

$$f(t \mid \theta, \alpha) = \frac{1}{\theta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right), \tag{3.9}$$

$E(T) = \alpha\theta$ e, para $\alpha > 1$, $T_{max} = \theta(\alpha - 1)$;

• Distribuição Inversa-Gaussiana:

$$f(t \mid \mu, \alpha) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi t^3}} \exp\left[-\frac{\alpha(t-\mu)^2}{2\mu^2 t}\right], \tag{3.10}$$

$E(T) = \mu$ e $T_{max} = \mu\sqrt{1 + \frac{9\mu^2}{4\alpha^2}} - \frac{3\mu^2}{2\alpha}$;

• Distribuição Log-Normal:

$$f(t \mid \mu, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta t} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(t) - \mu}{\theta}\right)^2\right], \tag{3.11}$$

$E(T) = \exp\left(\mu + 0,5\theta^2\right)$ e $T_{max} = \exp\left(\mu - \theta^2\right)$;

• Distribuição Weibull:

$$f(t \mid \theta, \alpha) = \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} t^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right], \tag{3.12}$$

$E(T) = \theta\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)$ e, para $\alpha > 1$, $T_{max} = \theta\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$;

• Distribuição Log-Logística:

$$f(t \mid \theta, \alpha) = \frac{\alpha}{\theta^{\alpha}} t^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right)^{-2}, \tag{3.13}$$

$E(T) = \frac{\theta\pi}{\alpha sen\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)}$ e, para $\alpha > 1$, $T_{max} = \theta\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$.

Os parâmetros $\theta > 0$, $\alpha > 0$ e $\mu > 0$ descrevem, respectivamente, a escala, a forma e a locação dessas distribuições. Exceto na distribuição Log-Normal o parâmetro μ tem suporte nos números reais.

Na aplicação apresentada será mostrada que a escolha da distribuição mais apropriada baseia-se nos valores das estatísticas apresentadas a seguir:

• Critério da função log-verossimilhaça: $-2\log(L)$ em que $L = L\left(\widehat{\Theta} \mid \mathbf{t}\right)$ indica a função de verossimilhança localmente em $\widehat{\Theta}$;

• Critério de informação de Akaike: $AIC = -2\log(L) + 2p$;

• Critério de informação de Akaike corrigido: $AICc = -2\log(L) + \frac{2np}{n-p-1}$;

• Critério de informação Bayesiano: $BIC = -2\log(L) + p\log(n)$;

• Kolmogorov-Smirnov: $KS = \sqrt{n}\max(D^{+}, D^{-}) + \frac{0.19}{\sqrt{n}}$ em que $D^{-} = \max_i(F_{emp}(t_i) - z_i)$ se $F_{emp}(t_i) \geq z_i$ e $D^{+} = \max_i(z_i - F_{emp}(t_i))$ se $F_{emp}(t_i) < z_i$, $i = 1, \ldots, n$;

• Anderson-Darling: $AD = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2r_i - 1)\log(z_i) + (2n + 1 - 2r_i)\log(1 - z_i)$;

• Cramér-von Mises: $CvM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left(z_i - \frac{2r_i - 1}{2n}\right)^2$,

tal que n indica o tamanho da amostra, p é o número de parâmetros da distribuição teórica, $z_i = F\left(t_i \mid \widehat{\Theta}\right)$ é a função de distribuição teórica, $F_{emp}(t_i)$ é a função de distribuição empírica e r_i conta o número de observações menores ou iguais a t_i.

Em todos esses critérios decide-se em favor do modelo que apresenta o menor valor da estatística (HELD; BOVÉ, 2014).

3.4 Os Dados

Os dados utilizados referem-se ao tempo, em dias, do nascimento até a primeira postura de codornas (*Coturnix coturnix japonica*) provenientes de três linhagens e submetidas a duas dietas alimentares. Esses dados foram obtidos em um experimento conduzido entre agosto de 2006 e janeiro de 2007 no Setor de Coturnicultura da Fazenda Experimental da Universidade Estadual

de Maringá. Aos 28 dias de idade as codornas passaram pelo processo de sexagem e as fêmeas foram divididas em dois grupos e alojadas em gaiolas individuais. Cada grupo passou a receber um de dois tipos de dietas: a primeira com nível preconizado de energia metabolizável de 2.900 $kcal/kg$ (dieta I) e a segunda com nível de energia de 2.500 $kcal/kg$ (dieta II). O número de codornas por linhagem e dieta foram distribuídas de acordo com os valores apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Distribuição do número de codornas na combinação dieta versus linhagem.

Dieta	Linhagem		
	Amarela	Azul	Vermelha
I	163	186	201
II	145	188	177

Apesar de em análise de dados de sobrevivência ser comum a presença de observações censuradas (KLEIN; MOESCHBERGER, 1997) o evento definido como postura foi observado em todas as unidades amostrais — codornas.

3.5 Resultados e Discussão

As Tabelas (3.2), (3.3) e (3.4) apresentam, para todos os modelos e grupos (linhagem *versus* dieta), os valores das estatísticas usadas como critérios de seleção de uma dentre todas as distribuições consideradas. O número sobrescrito indica, na coluna, a distribuição selecionada segundo a respectiva estatística enquanto que, a coluna nomeada como R, mostra a soma dos ranques/escores que na verdade serve para indicar a distribuição que mais vezes foi selecionada. Observa-se, com exceção da dieta I e linhagem azul (Tabela 3.2), que a distribuição Burr XII apresenta, segundo os critérios adotados, o melhor ajuste em relação às outras distribuições.

Tabela 3.2: Valores das estatísticas usadas como critério de discriminação — linhagem amarela.

Modelo	$-2\log(L)$	AIC	AICc	BIC	KS	AD	CvM	R
				Dieta I				
1	$1008,3610^{1}$	$1014,3610^{1}$	$1014,5130^{1}$	$1023,6240^{1}$	$1,5530^{5}$	$3,1889^{1}$	$0,1606^{1}$	11^{1}
2	$1050,0930^{5}$	$1054,0930^{5}$	$1054,1680^{5}$	$1060,2680^{5}$	$1,4148^{4}$	$6,8562^{4}$	$0,9108^{4}$	32^{5}
3	$1039,3820^{4}$	$1043,3820^{4}$	$1043,4570^{4}$	$1049,5570^{4}$	$1,3743^{1}$	$8,5035^{5}$	$1,3263^{5}$	27^{4}
4	$1038,5370^{3}$	$1042,5370^{3}$	$1042,6120^{3}$	$1048,7120^{3}$	$1,4026^{3}$	$5,9380^{3}$	$0,7402^{3}$	18^{3}
5	$1133,2680^{6}$	$1137,2680^{6}$	$1137,3430^{6}$	$1143,4430^{6}$	$2,4026^{6}$	$13,6439^{6}$	$2,0281^{6}$	42^{6}
6	$1021,8500^{2}$	$1025,8500^{2}$	$1025,9250^{2}$	$1032,0250^{2}$	$1,3815^{2}$	$3,7081^{2}$	$0,2818^{2}$	14^{2}
				Dieta II				
1	$911,7691^{1}$	$917,7691^{1}$	$917,9393^{1}$	$926,6993^{1}$	$1,8362^{5}$	$3,4550^{1}$	$0,2391^{1}$	11^{1}
2	$959,9588^{5}$	$963,9588^{5}$	$964,0434^{5}$	$969,9123^{5}$	$1,4390^{2}$	$8,4561^{4}$	$1,3144^{4}$	30^{4}
3	$949,2240^{4}$	$953,2240^{4}$	$953,3085^{4}$	$959,1774^{4}$	$1,6821^{4}$	$10,2297^{5}$	$1,7898^{5}$	30^{4}
4	$948,5257^{3}$	$952,5257^{3}$	$952,6102^{3}$	$958,4792^{3}$	$1,3520^{1}$	$7,4715^{3}$	$1,1145^{3}$	19^{3}
5	$1031,5440^{6}$	$1035,5440^{6}$	$1035,6290^{6}$	$1041,4980^{6}$	$2,5248^{6}$	$13,4444^{6}$	$2,1784^{6}$	42^{5}
6	$933,5087^{2}$	$937,5087^{2}$	$937,5932^{2}$	$943,4621^{2}$	$1,4581^{3}$	$4,6643^{2}$	$0,4256^{2}$	15^{2}

1: Burr XII, 2: Gama, 3: Inversa-Gaussiana, 4: Log-Normal, 5: Weibull e 6: Log-Logística.

Tabela 3.3: Valores das estatísticas usadas como critério de discriminação — linhagem azul.

Modelo	$-2\log(L)$	AIC	AICc	BIC	KS	AD	CvM	R
				Dieta I				
1	$1243,3640^{1}$	$1249,3640^{2}$	$1249,4970^{3}$	$1259,0250^{4}$	$1,8075^{5}$	$2,6709^{1}$	$0,1445^{1}$	17^{2}
2	$1250,4930^{5}$	$1254,4930^{5}$	$1254,5590^{5}$	$1260,9340^{5}$	$1,0374^{2}$	$3,7047^{4}$	$0,3893^{4}$	30^{4}
3	$1245,3780^{3}$	$1249,3780^{4}$	$1249,4440^{2}$	$1255,8190^{2}$	$0,7933^{1}$	$5,0710^{5}$	$0,6785^{5}$	22^{3}
4	$1245,3110^{2}$	$1249,3110^{1}$	$1249,3770^{1}$	$1255,7520^{1}$	$1,1633^{3}$	$3,3375^{3}$	$0,3146^{3}$	14^{1}
5	$1308,4930^{6}$	$1312,4930^{6}$	$1312,5590^{6}$	$1318,9340^{6}$	$1,9692^{6}$	$7,4848^{6}$	$0,9989^{6}$	42^{5}
6	$1247,0870^{4}$	$1251,0870^{3}$	$1251,1530^{4}$	$1257,5280^{3}$	$1,4645^{4}$	$2,8034^{2}$	$0,1878^{2}$	22^{3}
				Dieta II				
1	$1313,3900^{1}$	$1319,3900^{1}$	$1319,5210^{1}$	$1329,1000^{1}$	$1,4823^{5}$	$3,6896^{1}$	$0,0975^{1}$	11^{1}
2	$1347,6240^{6}$	$1351,6240^{5}$	$1351,6890^{5}$	$1358,0970^{5}$	$1,3492^{2}$	$8,5283^{4}$	$1,0642^{4}$	31^{5}
3	$1339,7150^{2}$	$1343,7150^{2}$	$1343,7800^{2}$	$1350,1880^{2}$	$1,4755^{4}$	$10,3137^{5}$	$1,5449^{5}$	22^{3}
4	$1339,8600^{4}$	$1343,8600^{3}$	$1343,9250^{3}$	$1350,3330^{3}$	$1,3074^{1}$	$7,7463^{3}$	$0,9189^{3}$	20^{2}
5	$1399,8400^{3}$	$1403,8400^{6}$	$1403,9050^{6}$	$1410,3130^{6}$	$2,1165^{6}$	$12,0127^{6}$	$1,6899^{6}$	39^{6}
6	$1342,5570^{5}$	$1346,5570^{4}$	$1346,6220^{4}$	$1353,0300^{4}$	$1,4688^{3}$	$6,0865^{2}$	$0,4784^{2}$	24^{4}

1: Burr XII, 2: Gama, 3: Inversa-Gaussiana, 4: Log-Normal, 5: Weibull e 6: Log-Logística.

Tabela 3.4: Valores das estatísticas usadas como critério de discriminação — linhagem vermelha.

Modelo	$-2\log(L)$	AIC	AICc	BIC	KS	AD	CvM	R
				Dieta I				
1	$1329,7810^{1}$	$1335,7810^{1}$	$1335,9040^{1}$	$1345,6760^{1}$	$1,9824^{5}$	$5,1436^{1}$	$0,2633^{1}$	11^{1}
2	$1344,9810^{5}$	$1348,9810^{5}$	$1349,0420^{5}$	$1355,5780^{5}$	$1,3453^{3}$	$7,2612^{4}$	$0,7041^{4}$	31^{5}
3	$1339,0230^{2}$	$1343,0230^{2}$	$1343,0830^{2}$	$1349,6190^{2}$	$1,1558^{1}$	$9,0092^{5}$	$1,0821^{5}$	19^{2}
4	$1339,0940^{3}$	$1343,0940^{3}$	$1343,1550^{3}$	$1349,6910^{3}$	$1,3120^{2}$	$6,8241^{3}$	$0,6237^{3}$	20^{3}
5	$1400,5800^{6}$	$1404,5800^{6}$	$1404,6410^{6}$	$1411,1770^{6}$	$2,0955^{6}$	$10,3291^{6}$	$1,2035^{6}$	42^{6}
6	$1344,1500^{4}$	$1348,1500^{4}$	$1348,2110^{4}$	$1354,7460^{4}$	$1,3986^{4}$	$5,8748^{2}$	$0,4068^{2}$	24^{4}
				Dieta II				
1	$1268,6120^{1}$	$1274,6120^{1}$	$1274,7500^{1}$	$1284,1400^{1}$	$1,2322^{3}$	$3,0232^{1}$	$0,0750^{1}$	9^{1}
2	$1305,3470^{5}$	$1309,3470^{5}$	$1309,4160^{5}$	$1315,7000^{5}$	$1,2468^{4}$	$6,6574^{4}$	$0,8240^{4}$	32^{5}
3	$1295,2080^{4}$	$1299,2080^{4}$	$1299,2770^{4}$	$1305,5610^{4}$	$1,4986^{5}$	$8,4983^{5}$	$1,2920^{5}$	31^{4}
4	$1294,8620^{3}$	$1298,8620^{3}$	$1298,9310^{3}$	$1305,2140^{3}$	$1,1529^{1}$	$5,9313^{3}$	$0,6874^{3}$	19^{3}
5	$1375,9220^{6}$	$1379,9220^{6}$	$1379,9910^{6}$	$1386,2740^{6}$	$2,4086^{6}$	$10,7495^{6}$	$1,4627^{6}$	42^{6}
6	$1292,3110^{3}$	$1296,3110^{2}$	$1296,3800^{2}$	$1302,6630^{2}$	$1,2266^{2}$	$4,7161^{2}$	$0,3643^{2}$	15^{2}

1: Burr XII, 2: Gama, 3: Inversa-Gaussiana, 4: Log-Normal, 5: Weibull e 6: Log-Logística.

Nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 tem-se as curvas de sobrevivência empíricas e as baseadas nas estimativas de máxima verossimilhança. Tanto as curvas empíricas como as provenientes dos ajustes das distribuições podem ser nomeadas de curvas de postura e estimam a probabilidade do tempo até a primeira postura ser superior a um número de dias quaisquer.

A partir das Figura 3.1 e 3.3, respectivamente, linhagens amarela e vermelha, observa-se um melhor ajuste da distribuição Burr XII. Na linhagem azul (Figura 3.2) os melhores ajustes foram das distribuições Log-Normal (dieta I) e Burr XII (dieta II). Cabe destacar que em todos os grupos, a distribuição Weibull apresentou o pior desempenho. Nota-se que a seleção da distribuição segundo a inspeção informal ou subjetiva das curvas teóricas, sobrepostas às empíricas, estão de acordo com a seleção baseada nos valores das estatísticas e apresentadas nas Tabelas 3.2, 3.3 e 3.4. As verificações gráficas são subjetivas e não podem ser recomendadas para avaliar a qualidade do ajuste (RAYNER; THAS; BEST, 2009).

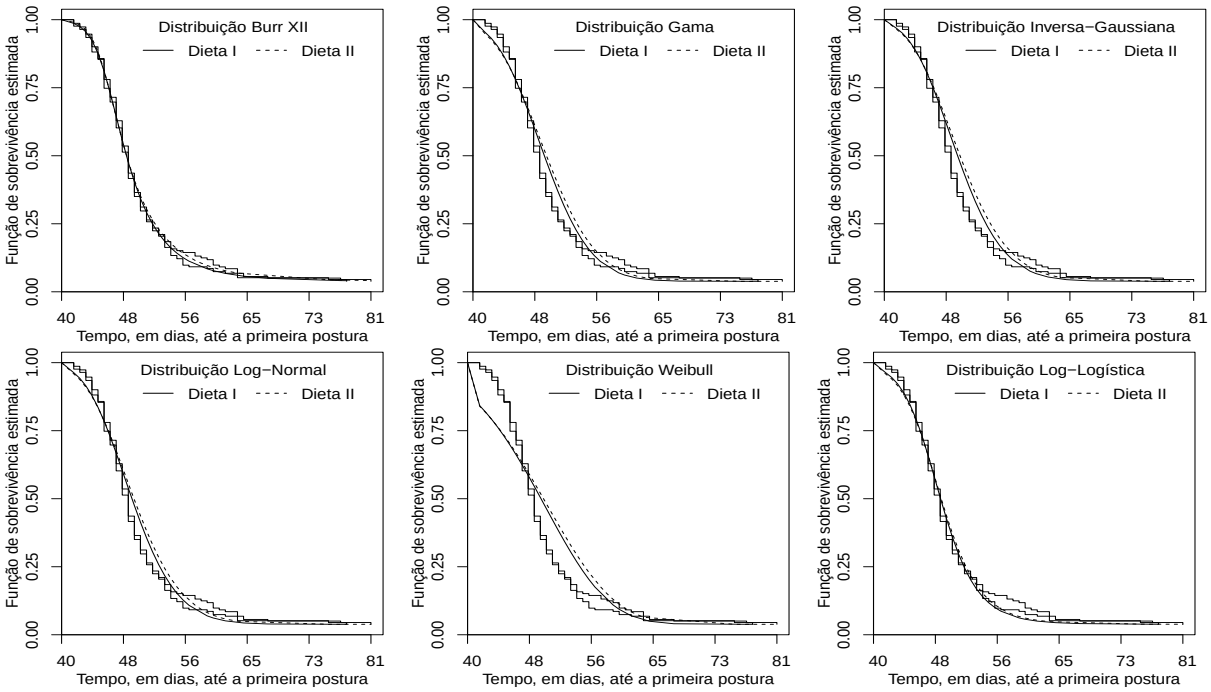


Figura 3.1: Função de sobrevivência empírica e distribuições teóricas ajustadas — linhagem amarela.

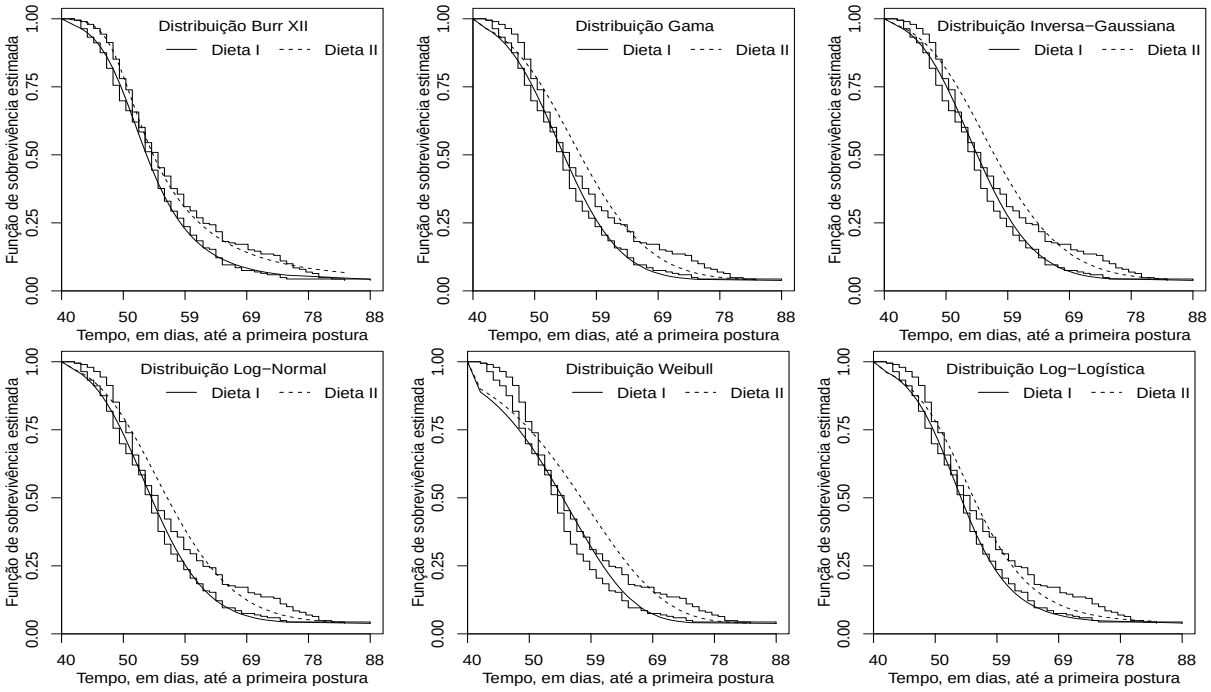


Figura 3.2: Função de sobrevivência empírica e distribuições teóricas ajustadas — linhagem azul.

As Tabelas 3.5, 3.6 e 3.7 apresentam as estimativas de máxima verossimilhança, pontual e por intervalo (I.C), da idade média e da idade mais provável da primeira postura. Nitidamente, a primeira postura ocorre mais rapidamente na linhagem amarela (em torno de 40 dias) do que para as linhagens azul e vermelha (em torno dos 52 dias). É importante observar que apesar

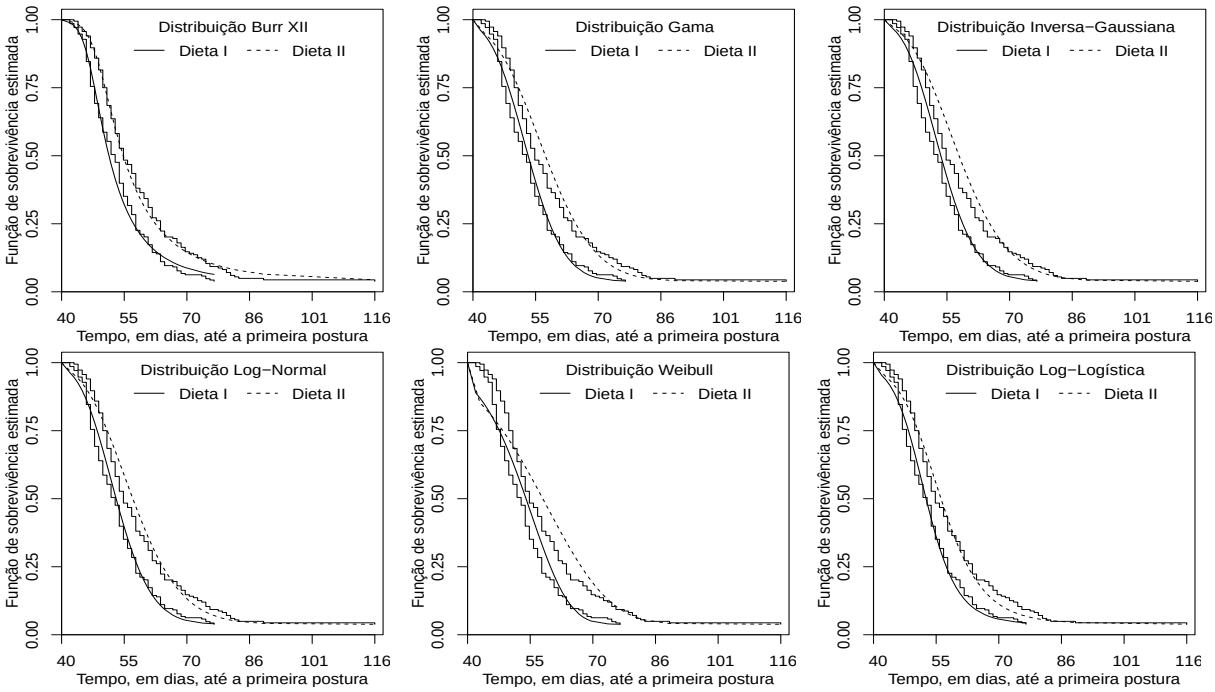


Figura 3.3: Função de sobrevivência empírica e distribuições teóricas ajustadas — linhagem vermelha.

da distribuição Burr XII ter apresentado, em geral, ajuste superior as demais distribuições as estimativas pontuais são bastante próximas.

Tabela 3.5: Estimativas de máxima verossimilhança da idade média e da idade mais provável da primeira postura — linhagem amarela.

				I.C. de 95%				I.C. de 95%	
Modelo	Dieta	Média	E.P.	L.I.	L.S.	T_{max}	E.P.	L.I.	L.S.
1	I	40,7557	0,5150	39,7464	41,7651	37,9939	0,5214	36,9720	39,0159
	II	41,1354	0,6010	39,9575	42,3133	37,6300	0,5578	36,5367	38,7232
2	I	40,7778	0,4897	39,8179	41,7377	39,8249	0,4898	38,8650	40,7849
	II	41,1517	0,5553	40,0634	42,2401	40,0652	0,5554	38,9767	41,1537
3	I	40,7778	0,4785	39,8400	41,7156	39,4364	0,4706	38,5139	40,3588
	II	41,1517	0,5411	40,0913	42,2122	39,6336	0,5311	38,5925	40,6746
4	I	40,7466	0,4767	39,8112	41,6820	39,4281	0,4687	38,5084	40,3478
	II	41,1126	0,5390	40,0550	42,1702	39,6222	0,5288	38,5845	40,6599
5	I	40,1576	0,7204	38,7454	41,5698	41,8243	0,7895	40,2766	43,3719
	II	40,5685	0,8031	38,9942	42,1429	42,1727	0,8887	40,4307	43,9147
6	I	40,2042	0,4265	39,3683	41,0401	39,3312	0,4134	38,5209	40,1415
	II	40,3429	0,4747	39,4125	41,2732	39,3769	0,4556	38,4840	40,2698

1: Burr XII, 2: Gama, 3: Inversa-Gaussiana, 4: Log-Normal, 5: Weibull e 6: Log-Logística.

Tabela 3.6: Estimativas de máxima verossimilhança da idade média e da idade mais provável da a primeira postura — linhagem azul.

				I.C. de 95%				I.C. de 95%	
Modelo	Dieta	Média	E.P.	L.I.	L.S.	T_{max}	E.P.	L.I.	L.S.
1	I	53,0896	0,5856	51,9418	54,2374	50,4831	0,8146	48,8866	52,0796
	II	55,8985	0,8227	54,2860	57,5109	49,7026	0,7083	48,3144	51,0908
2	I	53,0865	0,5255	52,0565	54,1165	52,1240	0,5256	51,0939	53,1541
	II	55,6968	0,6410	54,4404	56,9532	54,3098	0,6411	53,0533	55,5663
3	I	53,0865	0,5223	52,0629	54,1101	51,6798	0,5154	50,6697	52,6900
	II	55,6968	0,6342	54,4537	56,9399	53,6974	0,6229	52,4765	54,9183
4	I	53,0746	0,5220	52,0515	54,0976	51,6812	0,5149	50,6719	52,6904
	II	55,6714	0,6340	54,4288	56,9141	53,6953	0,6223	52,4756	54,9151
5	I	52,5823	0,6833	51,2431	53,9215	54,9999	0,7131	53,6022	56,3976
	II	55,3546	0,8016	53,7836	56,9256	57,8688	0,8555	56,1920	59,5455
6	I	52,7853	0,5192	51,7677	53,8030	51,6912	0,5247	50,6628	52,7196
	II	54,8721	0,6288	53,6396	56,1045	53,3398	0,5982	52,1674	54,5123

1: Burr XII, 2: Gama, 3: Inversa-Gaussiana, 4: Log-Normal, 5: Weibull e 6: Log-Logística.

Tabela 3.7: Estimativas de máxima verossimilhança da idade média e da idade mais provável da a primeira postura — linhagem vermelha.

				I.C. de 95%				I.C. de 95%	
Modelo	Dieta	Média	E.P.	L.I.	L.S.	T_{max}	E.P.	L.I.	L.S.
1	I	52,5282	0,6539	51,2466	53,8098	47,6182	0,8391	45,9736	49,2628
	II	56,8514	0,9354	55,0180	58,6848	50,1789	0,8414	48,5297	51,8280
2	I	52,3600	0,4968	51,3863	53,3337	51,4173	0,4968	50,4436	52,3911
	II	56,6497	0,7337	55,2116	58,0878	54,9677	0,7338	53,5294	56,4059
3	I	52,3600	0,4931	51,3935	53,3265	50,9853	0,4867	50,0314	51,9392
	II	56,6497	0,7219	55,2348	58,0646	54,2598	0,7068	52,8746	55,6451
4	I	52,3477	0,4930	51,3814	53,3140	50,9848	0,4864	50,0314	51,9382
	II	56,6051	0,7203	55,1933	58,0169	54,2555	0,7047	52,8743	55,6367
5	I	51,9944	0,6281	50,7633	53,2256	54,3780	0,6504	53,1033	55,6528
	II	55,9437	0,9966	53,9904	57,8970	58,1699	1,1026	56,0089	60,3309
6	I	51,9341	0,4994	50,9553	52,9128	50,8402	0,4843	49,8911	51,7894
	II	55,7666	0,7024	54,3900	57,1433	53,9975	0,6677	52,6887	55,3062

1: Burr XII, 2: Gama, 3: Inversa-Gaussiana, 4: Log-Normal, 5: Weibull e 6: Log-Logística.

A Figura 3.4 e a Tabela 3.8 apresentam para cada linhagem, as estimativas, pontuais e intervalares, das idades médias e das idades mais prováveis da primeira postura. Observa-se, na linhagem amarela, ausência de efeito de tratamento, uma vez que o intervalo de confiança contém o valor zero. O mesmo não é observado para as linhagens azul e vermelha.

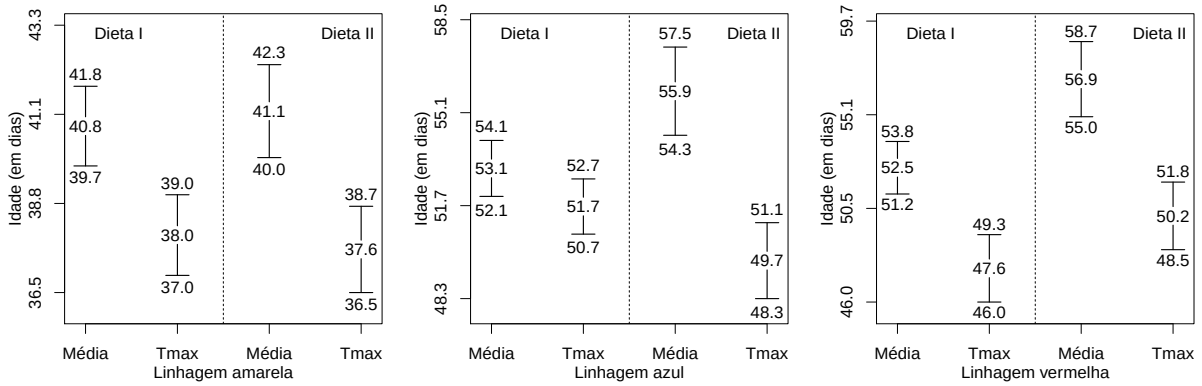


Figura 3.4: Estimativas pontuais e por intervalo (coeficiente de confiança de 95%) da idade média e da idade mais provável da primeira postura para cada uma das combinações dieta versus linhagem e segundo a distribuição selecionada.

Tabela 3.8: Comparação do efeito da dieta em cada uma das linhagens.

Linhagem	Parâmetro	Diferença	Valor-p	L.I.	L.S.
Amarela	Média	-0,3797	0,6314	-1,9308	1,1715
	T_{max}	0,3640	0,6336	-1,1326	1,8605
Azul	Média	-2,8239	0,0038	-4,7335	-0,9143
	T_{max}	1,9786	0,0239	0,2623	3,6949
Vermelha	Média	-4,3232	0,0002	-6,5602	-2,0863
	T_{max}	-2,5607	0,0312	-4,8897	-0,2317

3.6 Considerações Finais

Neste trabalho buscou-se encontrar uma distribuição de probabilidade para explicar o comportamento da idade até a primeira postura de codornas. Segundo vários critérios de discriminação a distribuição Burr XII foi escolhida, dentre 5 distribuições rivais, em cinco de um total de 6 grupos (linhagens versus dietas). A partir da distribuição selecionada, sob o ponto de vista prático, pôde-se concluir a ausência de efeito da dieta na linhagem amarela. Enquanto que, nas linhagens azul e vermelha, o tempo médio de postura na dieta I ocorre 2 dias antes do que na dieta II. As mesmas conclusões, para as linhagens amarela e vermelha, são observadas para o parâmetro T_{max}. No entanto, T_{max} na linhagem azul, esse comportamento foi contrário, o tempo mais provável de primeira postura ocorre 2 dias antes na dieta II do que na dieta I. Naturalmente, deve-se avaliar se a significância estatística de, por exemplo 2 dias, é precocidade postural suficiente para se decidir entre uma ou outra dieta.

Finalizamos, tomando emprestado de Rayner, Thas e Best (2009) o seguinte parágrafo:

> "Goodness of fit is concerned with assessing the validity of models involving statistical distributions, an essential and sometimes forgotten aspect of the modeling exercise. One can only speculate on how many wrong decisions are made due to the use of an incorrect model" (RAYNER; THAS; BEST, 2009).

Capítulo 4

Aplicação da Distribuição Burr XII na Análise do Tempo até a Primeira Postura de Codornas na Presença de Covariáveis

Resumo

Em muitas situações práticas na análise de dados de sobrevivência, além da variável resposta, que geralmante é o tempo até a ocorrência de um evento, é comum que sejam observadas informações concomitantes que podem ser incorporadas na análise via um modelo de regressão. A proposta deste capítulo é apresentar e avaliar a adequabilidade da distribuição Burr XII considerando como resposta a idade da primeira postura de codornas japonesas, de diferentes linhagens e submetidas a duas dietas. São considerados oito modelos concorrrentes, que são combinações dos efeitos das dietas nos parâmetros da distribuição Burr XII. A escolha do melhor modelo é feita com base nos valores dos critérios de informação (AIC, AICc e BIC) e pela aplicação do teste da razão das verossimilhanças, uma vez que os modelos concorrentes são encaixados.

Abstract

In many practical situations in survival data analysis the response variable which is time until the occurrence of some event, is common we observe concomitant informations that can be included in the model. The purpose of this chapter is present and assess the adequacy of Burr XII distribution considering as response the age of the first posture of quails, different strains and subjected to two diets. We have considered eight models, which are combinations

of the effects of diets. Model selection is based on the values of information criterias and in the likelihood ratio test.

4.1 Introdução

Os dados de sobrevivência podem conter, além do tempo e da variável indicadora de censura, um conjunto de variáveis independentes, denominadas de covariáveis, que representam tanto a heterogeneidade existente na população (sexo, idade, etc.) quanto possíveis tratamentos aos quais os indivíduos são submetidos. Nesses casos, o objetivo da análise passa por modelar a distribuição associada ao tempo até a ocorrência do evento de interesse e estabelecer uma relação desse tempo com as variáveis independentes através de uma regressão.

A influência de uma ou mais covariáveis no tempo de sobrevivência, estudada por meio de modelos de regressão, são apresentadas em duas classes de modelos: modelos paramétricos, também chamados de modelos de tempo de vida acelerado ou modelos de locação e escala, e os semi-paramétricos, conhecidos como modelos de riscos proporcionais ou modelo de regressão de Cox, sendo que este último, bastante popular na análise de sobrevivência (SILVA, 2008).

Trabalhos com o intuito de modelar dados de sobrevivência quando se tem a influência de covariáveis tem sido amplamente publicados na literatura estatística. Dentre alguns, pode-se citar o trabalho de Beirlant et al. (1998) que apresentaram em seu artigo a regressão Burr com aplicações a dados atuarias, Gieser et al. (1998) avaliaram o modelo Gompertz na presença de covariáveis, Lawless (2003) discutiu o modelo generalizado de regressão log-gama para dados censurados, Xie e Wei (2007) desenvolveram um modelo de regressão considerando censura e a distribuição Poisson generalizada, Mazucheli et al. (2008) estudaram um modelo de regressão geral quando o parâmetro de forma é não constante, Carrasco, Ortega e Paula (2008) introduziram um modelo de regressão log-modificado Weibull com dados censurados, Hashimoto et al. (2010) desenvolveram um modelo de regressão log-exponenciado para a distribuição Weibull com censura intervalar, Silva, Ortega e Paula (2011) estudaram um modelo de regressão log-Burr XII com dados censurados, Hashimoto et al. (2012) desenvolveram um modelo de regressão log-Burr XII aplicado a dados agrupados e Mazucheli, Coelho-Barros e Achcar (2013) desenvolveram um modelo de mistura e não mistura usando a distribuição exponencial exponenciada com todos os parâmetros função das covariáveis.

Nesse capítulo, para modelar o tempo até a primeira postura de codornas, é proposto um modelo de regressão utilizando a distribuição Burr XII em que os parâmetros estão em função da covariável dieta. A seção 4.2 apresenta os materiais e métodos usados neste trabalho. As

Subseções 4.2.1 a 4.2.5 apresentam respectivamente, a descrição do dados a serem utilizados, a distribuição Burr XII, suas estimativas de máxima verossimilhança, os modelos de regressão e os critérios de seleção de modelos. A Seção 4.3 apresentam os resultados das análises e algumas discussões. Alguns comentários e considerações na Seção 4.4 finaliza este capítulo.

4.2 Materiais e Métodos

4.2.1 Dados

Os dados em questão já foram usados no trabalho intitulado "Modelagem do Tempo até a Primeira Postura de Codornas" os quais foram ajustados a 5 distribuições concorrrentes além da distribuição Burr XII. A variável resposta indica o tempo em dias contados entre o nascimento e a primeira postura de codornas japonesas provenientes de três linhagens distintas e submetidas a duas dietas alimentares. Os dados são provenientes de um experimento realizado entre agosto de 2006 e janeiro de 2007 no Setor de Coturnicultura da Fazenda Experimental da Universidade Estadual de Maringá. As aves fêmeas de cada linhagem foram divididas em dois grupos e passaram a receber duas dietas: a primeira com nível preconizado de energia metabolizável de 2.900 $kcal/kg$ (dieta I) e a segunda com nível de energia de 2.500 $kcal/kg$ (dieta II). A Tabela 4.1 apresenta o número de codornas e uma análise descritiva dos tempos até a primeira postura por grupo (linhagem e dieta). O objetivo principal do estudo é estabelecer o efeito da covariável dieta na distribuição dos tempos até a primeira postura e ajustar um modelo de regressão para cada grupo.

Tabela 4.1: Medidas descritivas por grupo para a variável: tempo até a primeira postura de codornas

Linhagem	Dieta	n	Média	D.P	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo	C.V
Amarela	I	163	40,78	6,78	39	38	31	76	16,64
	II	145	41,15	7,32	40	40	31	80	17,79
Azul	I	186	53,09	7,40	52	52	41	87	13,93
	II	188	55,70	9,19	53	50	41	83	16,50
Vermelha	I	201	52,36	7,27	51	46	41	76	13,88
	II	177	56,65	10,46	54	49	42	115	18,47

4.2.2 A Distribuição Burr XII

Uma variável aleatória não negativa T com distribuição Burr XII tem função de distribuição acumulada escrita na forma:

$$F(t \mid \Theta) = 1 - \left[1 + \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-\gamma}, \tag{4.1}$$

e funções densidade de probabilidade e de risco escritas, respectivamente, como:

$$f(t \mid \Theta) = \frac{\gamma\alpha t^{\alpha-1}}{\theta^{\alpha}}\left[1 + \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-(\gamma+1)} \tag{4.2}$$

e

$$h(t \mid \Theta) = \frac{\gamma\alpha t^{\alpha-1}}{\theta^{\alpha}}\left[1 + \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-1} \tag{4.3}$$

em que $\Theta = (\theta, \alpha, \gamma)$ tal que $\theta > 0$ é o parâmetro de escala e $\alpha > 0$ é o parâmetro de forma. O parâmetro $\gamma > 0$ não influencia o comportamento das funções de densidade e de risco, apesar de em muitos trabalhos ser definido como parâmetro de forma.

A distribuição Burr XII pode ser obtida como uma mistura entre as distribuições Weibull e Gama de um parâmetro (BEIRLANT et al., 1998). A sua forma com três parâmetros é uma generalização da distribuição Log-Logística (SHAO, 2000). Amplamente utilizada na análise de dados de sobrevivência, tornou-se uma alternativa à distribuição Weibull (WINGO, 1993, 1983; WANG; KEATS; ZIMMER, 1996; ZIMMER; KEATS; WANG, 1998).

A função densidade de probabilidade (4.2) é unimodal com máximo em $T_{\max} = \theta \sqrt[\alpha]{\frac{\alpha-1}{1+\gamma\alpha}}$ quando $\alpha > 1$ e é em forma de L para $\alpha \leq 1$. A função de risco (4.3) é decrescente quando $\alpha \leq 1$ e unimodal para $\alpha > 1$ com máximo em $\theta \sqrt[\alpha]{(\alpha-1)}$.

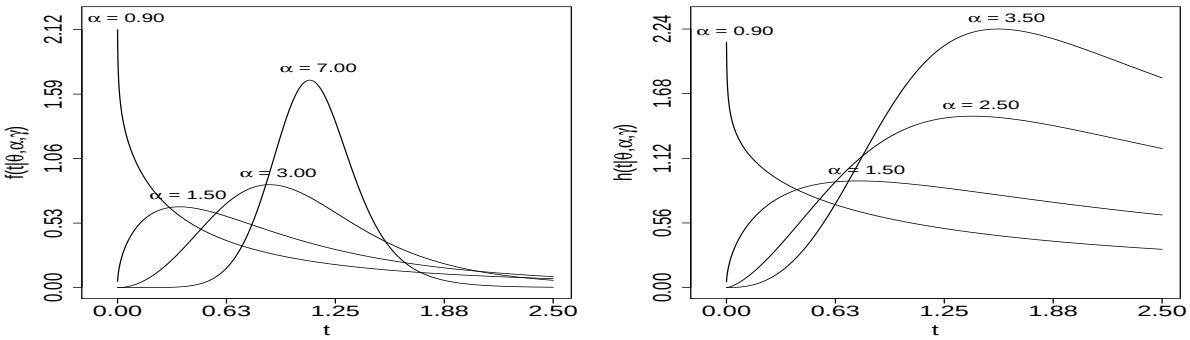


Figura 4.1: Função densidade de probabilidade e função de risco da distribuição Burr XII, com parâmetros $\theta = 1,20$ e $\gamma = 1,40$ fixos.

4.2.3 Estimação Via Máxima Verossimilhança

Sejam $t_1, \ldots, t_n$ os valores observados de uma variável aleatória T com distribuição Burr XII e função de densidade definida em (4.2) e vetor de parâmetros $\Theta = (\theta, \alpha, \gamma)$. A função

de verossimilhança e a log-verossimilhança (PAWITAN, 2001; MILLAR, 2011) são escritas, respectivamente, como:

$$L(\Theta \mid \mathbf{t}) \propto \left(\frac{\gamma\alpha}{\theta^{\alpha}}\right)^{n} \prod_{i=1}^{n} t_i^{\alpha} \left[1+\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-(\gamma+1)} \tag{4.4}$$

e

$$\ell(\Theta \mid \mathbf{t}) \propto n\left[\log(\gamma)+\log(\alpha)-\alpha\log(\theta)\right]+\alpha\sum_{i=1}^{n}\log(t_i)-(\gamma+1)\sum_{i=1}^{n}\log\left[1+\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]. \tag{4.5}$$

As estimativas de máxima verossimilhança $\widehat{\Theta}=\left(\widehat{\theta},\widehat{\alpha},\widehat{\gamma}\right)$ de $\Theta=(\theta,\alpha,\gamma)$ são obtidas pela maximização da função log-verossimilhança. Esta função é maximizada, resolvendo-se, simultaneamente, em θ, α e γ as equações:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\ell(\Theta \mid \mathbf{t}) = -\frac{n\alpha}{\theta}-\frac{(\gamma+1)\,\alpha}{\theta^{\alpha+1}}\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i^{\alpha}}{1+\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}}, \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\ell(\Theta \mid \mathbf{t}) = \frac{n}{\alpha}-n\log(\theta)+\sum_{i=1}^{n}\log(t_i)-\frac{(\gamma+1)}{\theta^{\alpha}}\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i^{\alpha}\log\left(t_i\theta^{-1}\right)}{1+\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}}, \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial}{\partial\gamma}\ell(\Theta \mid \mathbf{t}) = \frac{n}{\gamma}-\sum_{i=1}^{n}\log\left[1+\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]. \tag{4.8}$$

A partir da Equação (4.8) observa-se que $\widehat{\gamma}=\widehat{\gamma}\left(\widehat{\theta},\widehat{\alpha}\right)=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\log\left[1+\left(\frac{t_i}{\widehat{\theta}}\right)^{\widehat{\alpha}}\right]}$ enquanto que as Equações (4.6) e (4.7) devem ser resolvidas via métodos numéricos, considerando-se $\gamma=\gamma(\theta,\alpha)$.

Os intervalos de confiança para os parâmetros da distribuição Burr XII devem ser construídos a partir da normalidade assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança de θ, α e γ. Pela propriedade de invariância dos estimadores de máxima verossimilhança, estima-se a idade máxima (em dias) da primeira postura, $T_{\max}$, e a idade média (em dias) da primeira postura, $E(T)$, respectivamente, por $\widehat{T}_{\max}=\widehat{\theta}\sqrt[\widehat{\alpha}]{\frac{\widehat{\alpha}-1}{1+\widehat{\gamma}\widehat{\alpha}}}$ e $\widehat{E(T)}=\frac{\widehat{\theta}}{\widehat{\alpha}\Gamma(\widehat{\gamma})}\Gamma\left(\frac{\widehat{\gamma}\widehat{\alpha}-1}{\widehat{\alpha}}\right)\Gamma\left(\frac{1}{\widehat{\alpha}}\right)$. As quantidades $Var\left(\widehat{T}_{\max}\right)$ e $Var\left(\widehat{E(T)}\right)$ são obtidas a partir da aplicação do método delta (CASELLA; BERGER, 1990).

4.2.4 Modelos de Regressão

Neste trabalho considerando como covariável o tipo de dieta, formula-se os seguintes modelos: $\log(\theta_i)=\theta_0+\theta_1 x_i$, $\log(\alpha_i)=\alpha_0+\alpha_1 x_i$ e $\log(\gamma_i)=\gamma_0+\gamma_1 x_i$, em que x_i representa o tipo de dieta recebida pelas codornas de postura. A covariável x_i assume o valor 0 se a codorna

i recebeu a dieta 1, e valor 1, se recebeu a dieta 2. O nível preconizado de energia metabolizável na dieta I é de 2.900 $kcal/kg$ e na dieta II, 2.500 $kcal/kg$. Desta forma, tem-se o interesse em testar as seguintes hipóteses: $H_0 : \theta_1 = 0$ (ausência de efeito de tratamento na escala da distribuição dos tempos até a primeira postura), $H_0 : \alpha_1 = 0$ (ausência de efeito de tratamento na forma da distribuição dos tempos até a primeira postura) e/ou $H_0 : \gamma_1 = 0$ (ausência de efeito de tratamento no parâmetro γ da distribuição dos tempos até a primeira postura). Na Tabela 4.2 são apresentados os modelos formulados.

Tabela 4.2: Modelos de regressão.

Modelo	θ	α	γ
1	$exp(\theta_0)$	$exp(\alpha_0)$	$exp(\gamma_0)$
2	$exp(\theta_0+\theta_1 x_i)$	$exp(\alpha_0)$	$exp(\gamma_0)$
3	$exp(\theta_0)$	$exp(\alpha_0+\alpha_1 x_i)$	$exp(\gamma_0)$
4	$exp(\theta_0)$	$exp(\alpha_0)$	$exp(\gamma_0+\gamma_1 x_i)$
5	$exp(\theta_0+\theta_1 x_i)$	$exp(\alpha_0+\alpha_1 x_i)$	$exp(\gamma_0)$
6	$exp(\theta_0+\theta_1 x_i)$	$exp(\alpha_0)$	$exp(\gamma_0+\gamma_1 x_i)$
7	$exp(\theta_0)$	$exp(\alpha_0+\alpha_1 x_i)$	$exp(\gamma_0+\gamma_1 x_i)$
8	$exp(\theta_0+\theta_1 x_i)$	$exp(\alpha_0+\alpha_1 x_i)$	$exp(\gamma_0+\gamma_1 x_i)$

4.2.5 Critérios de Seleção

Como os modelos em questão são encaixados pode-se avaliar o efeito da covariável a partir do teste da razão das verosimilhanças e através dos critérios de informação de Akaike (AIC), Akaike corrigido (AICc) e Bayesiano (BIC).

O teste da razão das verossimilhanças tem como estatística do teste a expressão:

$$\Lambda = -2\left(\log L\left(\widehat{\Theta}\right) - \log L\left(\widehat{\Theta}_0\right)\right), \tag{4.9}$$

em que $L\left(\widehat{\Theta}\right)$ é a função de verossimilhança do modelo sem restrição e $L\left(\widehat{\Theta}_0\right)$ é função de verossimilhança sob H_0. O valor observado de Λ é comparado com o percentual de uma distribuição qui-quadrado (χ^2) com graus de liberdade igual a diferença do número de parâmetros entre os modelos comparados.

Outros procedimentos para a seleção de modelos baseados nos logaritmos da função de verossimilhança, usados nesse trabalho, são os conhecidos critérios de informação, dados por:

- $AIC = -2\log(L) + 2p$ (Akaike),
- $AICc = -2\log(L) + \frac{2np}{n-p-1}$ (Akaike corrigido),

- $BIC = -2\log(L) + p\log(n)$ (Bayesiano).

em que n indica o tamanho da amostra, $L = L\left(\widehat{\Theta} \mid \mathbf{t}\right)$ a função de verossimilhança localmente em $\widehat{\Theta} = \left(\widehat{\theta}, \widehat{\alpha}, \widehat{\gamma}\right)$ e p o número de parâmetros do modelo. A regra de decisão, em todos esses critérios, é favorável ao modelo com o menor valor da estatística (HELD e SABANÉS BOVÉ, 2014).

4.3 Resultados e Discussão

A Tabela 4.3 apresenta os valores das estatísticas usadas como critérios de seleção dos modelos. O número sobrescrito indica, por ordem do melhor para o pior, o modelo selecionado segundo a respectiva estatística. Observa-se que para a linhagem amarela, segundo tais métodos, o modelo escolhido foi modelo 1 – modelo sem a influência da covariável dieta. Para a linhagem azul o modelo escolhido, modelo 7, em que os parâmetros de escala α e γ sofre influência da covariável dieta e para a linhagem vermelha, a melhor opção foi o modelo 6, em que os parâmetros de forma α e γ sofre influência da covariável dieta. Esses resultados serão utilizados no desenvolvimento do teste da razão das verossimilhanças.

Nas Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 são apresentadas as estimativas da máxima verossimilhança, os erros-padrão, os intervalos com 95% de confiança e os valores de $-2 \times \ell\left(\hat{\Theta} \mid \mathbf{t}\right)$ para cada um dos modelos de regressão ajustados. A significância dos parâmetros dos modelos podem ser verificadas por meio dos intervalos de confiança. Isto é, se o intervalo de confiança conter o valor zero indica que o parâmetro específico não é significante para o modelo.

O teste da razão das verossimilhanças realizado tem como objetivo determinar se existe efeito de dieta nos parâmetros da distribuição Burr XII. Dado as hipóteses do teste: $H_0 : \theta_1 = 0$, $\alpha_1 = 0$ e $\gamma_1 = 0$ (modelo 1) *versus* $H_1 : \theta_1 \neq 0$, $\alpha_1 \neq 0$ e $\gamma_1 \neq 0$ (modelo 8), o valor da estatística do teste calculado $\Lambda_{1,8} = 0,6262$ apresenta forte evidência em favor do modelo 1, em nível de significância de 5% $\left(\chi^2_3 = 7,82\right)$, indicando que não existe efeito de tratamento nos parâmetros da distribuição dos tempos. Para efeito de confirmação, pode-se realizar testes da razão das verossimilhanças entre todos os modelos. Pode-se observar na Tabela 4.4, que os valores de $-2 \times \ell\left(\hat{\Theta} \mid \mathbf{t}\right)$ estão todos bem próximos um dos outros e a redução de $-2 \times \ell\left(\hat{\Theta} \mid \mathbf{t}\right)$ não é significativa a nível de 5%. Desse modo, conclui-se que, para a linhagem amarela não há evidências amostrais que indicam que o tipo de dieta recebida influencia nos parâmetros da distribuição dos tempos até a primeira postura das codornas.

Tabela 4.3: Valores das estatísticas usadas como critério de discriminação.

Linhagem	Modelo	AIC	AICc	BIC
Amarela	1	$1926,7563^{1}$	$1926,8355^{1}$	$1937,9369^{1}$
	2	$1928,7430^{4}$	$1928,8755^{4}$	$1943,6504^{4}$
	3	$1928,5676^{2}$	$1928,7000^{2}$	$1943,4750^{2}$
	4	$1928,7313^{3}$	$1928,8637^{3}$	$1943,6386^{3}$
	5	$1930,5053^{6}$	$1930,7046^{6}$	$1949,1395^{6}$
	6	$1930,7237^{7}$	$1930,9230^{7}$	$1949,3579^{7}$
	7	$1930,4979^{5}$	$1930,6972^{5}$	$1949,1321^{5}$
	8	$1932,1301^{8}$	$1932,4101^{8}$	$1954,4912^{8}$
Azul	1	$2574,0755^{7}$	$2574,1406^{7}$	$2585,8403^{2}$
	2	$2570,9965^{4}$	$2571,1052^{4}$	$2586,6828^{3}$
	3	$2569,3512^{3}$	$2569,4599^{3}$	$2585,0376^{1}$
	4	$2575,2167^{8}$	$2575,3254^{8}$	$2590,9030^{6}$
	5	$2570,9996^{5}$	$2571,1631^{5}$	$2590,6075^{5}$
	6	$2572,7079^{6}$	$2572,8714^{6}$	$2592,3158^{8}$
	7	$2568,3528^{1}$	$2568,5163^{1}$	$2587,9607^{4}$
	8	$2568,7544^{2}$	$2568,9839^{2}$	$2592,2838^{7}$
Vermelha	1	$2625,1286^{8}$	$2625,1930^{8}$	$2636,9254^{8}$
	2	$2610,0970^{3}$	$2610,2045^{3}$	$2625,8260^{1}$
	3	$2610,9443^{6}$	$2611,0518^{6}$	$2626,6732^{2}$
	4	$2619,9767^{7}$	$2620,0842^{7}$	$2635,7057^{7}$
	5	$2608,6541^{2}$	$2608,8158^{2}$	$2628,3153^{4}$
	6	$2608,3989^{1}$	$2608,5606^{1}$	$2628,0601^{3}$
	7	$2610,7678^{5}$	$2610,9295^{5}$	$2630,4290^{5}$
	8	$2610,3927^{4}$	$2610,6198^{4}$	$2633,9862^{6}$

Na linhagem azul, o teste da razão das verossimilhanças para os modelos 1 e 7 o valor da estatística do teste foi $\Lambda_{1,7} = 9,7227$, indicando que os parâmetros de forma α e γ exercem fortes influencias nos tempos de primeira postura das codornas $\left(\chi^2_2 = 5,991\right)$. O teste de hipóteses do modelo 7 sob o modelo completo (modelo 8) não rejeitou a hipótese de igualdade entre os modelos. Nesse caso, o modelo mais simples (modelo 7), com menos termos, é preferível (COLLETT, 1994). Portanto para a linhagem azul, há evidências amostrais que indicam que os parâmetros α e γ da distribuição Burr XII, que modelam os tempos até a primeira postura de codornas, é influenciado pelo tipo de dieta recebida.

Seguindo os passos realizados para as linhagens anteriores, o teste da razão das verossimilhanças apontou que existem diferenças significativas entre os modelos 1 e 6 em nível de significância de 5%, ou seja, a dieta influencia na idade de primeira postura. O teste sob os modelos 6 e 8 indicou que não existe diferenças entre os dois modelos. Nesse caso, o modelo 6 é preferível. Desse modo, para a linhagem vermelha, pode-se concluir que existem evidências amostrais que indicam que o tipo de dieta recebida influencia nos parâmetros θ e γ da

distribuição dos tempos até a primeira postura das codornas.

Tabela 4.4: Estimativas de máxima verossimilhança dos modelos considerados — linhagem amarela.

				Intervalo de Confiança 95%		
Modelo	Parâmetro	Estimativa	E.P.	L. Inferior	L. Superior	$-2 \times \ell\left(\hat{\Theta} \mid \mathbf{t}\right)$
1	θ_0	$3,5934$	$0,0131$	$3,5676$	$3,6191$	1920,7563
	α_0	$-1,0102$	$0,1645$	$-1,3327$	$-0,6878$	
	γ_0	$3,0582$	$0,1062$	$2,8501$	$3,2663$	
2	θ_0	$3,5926$	$0,0147$	$3,5638$	$3,6214$	1920,7430
	θ_1	$0,0016$	$0,0138$	$-0,0254$	$0,0286$	
	α_0	$-1,0103$	$0,1645$	$-1,3327$	$-0,6879$	
	γ_0	$3,0582$	$0,1062$	$2,8501$	$3,2663$	
3	θ_0	$3,5935$	$0,0137$	$3,5677$	$3,6193$	1920,5676
	α_0	$-0,9850$	$0,1743$	$-1,3267$	$-0,6434$	
	α_1	$-0,0497$	$0,1144$	$-0,2738$	$0,1745$	
	γ_0	$3,0575$	$0,1062$	$2,8493$	$3,2656$	
4	θ_0	$3,5934$	$0,0132$	$3,5677$	$3,6192$	1920,7313
	α_0	$-1,0092$	$0,1646$	$-1,3318$	$-0,6866$	
	γ_0	$3,0651$	$0,1147$	$2,8402$	$3,2900$	
	γ_1	$-0,0158$	$0,0995$	$-0,2107$	$0,1792$	
5	θ_0	$3,5959$	$0,0163$	$3,5640$	$3,6278$	1920,5053
	θ_1	$-0,0048$	$0,0189$	$-0,0418$	$0,0323$	
	α_0	$-0,9704$	$0,1846$	$-1,3322$	$-0,6086$	
	α_1	$-0,0765$	$0,1569$	$-0,3840$	$0,2311$	
	γ_0	$3,0565$	$0,1063$	$2,8481$	$3,2650$	
6	θ_0	$3,5929$	$0,0148$	$3,5639$	$3,6218$	1920,7237
	θ_1	$0,0012$	$0,0140$	$-0,0263$	$0,02871$	
	α_0	$-1,0094$	$0,1646$	$-1,3320$	$-0,6867$	
	γ_0	$3,0644$	$0,1150$	$2,8390$	$3,2898$	
	γ_1	$-0,0141$	$0,1013$	$-0,2126$	$0,1845$	
7	θ_0	$3,5933$	$0,0132$	$3,5675$	$3,6192$	1920,4979
	α_0	$-0,9709$	$0,1812$	$-1,3261$	$-0,6156$	
	α_1	$-0,0849$	$0,1760$	$-0,4299$	$0,2600$	
	γ_0	$3,0400$	$0,1248$	$2,7954$	$3,2846$	
	γ_1	$0,0404$	$0,1532$	$-0,2599$	$0,3408$	
8	θ_0	$3,6014$	$0,0192$	$3,5637$	$3,6391$	1920,1301
	θ_1	$-0,0160$	$0,0265$	$-0,0680$	$0,0360$	
	α_0	$-0,8876$	$0,2295$	$-1,3375$	$-0,4377$	
	α_1	$-0,2558$	$0,3336$	$-0,9097$	$0,3981$	
	γ_0	$2,9974$	$0,1428$	$2,7176$	$3,2772$	
	γ_1	$0,1317$	$0,2159$	$-0,2916$	$0,5549$	

Tabela 4.5: Estimativas de máxima verossimilhança dos modelos considerados — linhagem azul.

				Intervalo de Confiança 95%		
Modelo	Parâmetro	Estimativa	E.P.	L. Inferior	L. Superior	$-2 \times \ell\left(\hat{\Theta} \mid \mathbf{t}\right)$
	θ_0	$3,8709$	$0,0146$	$3,8423$	$3,8994$	
1	α_0	$-1,0492$	$0,1814$	$-1,4048$	$-0,6937$	2568,0755
	γ_0	$3,0444$	$0,1179$	$2,8134$	$3,2755$	
	θ_0	$3,8520$	$0,0168$	$3,8190$	$3,8850$	
2	θ_1	$0,0291$	$0,0128$	$0,0040$	$0,0542$	2562,9965
	α_0	$-1,1071$	$0,1943$	$-1,4878$	$-0,7263$	
	γ_0	$3,0862$	$0,1286$	$2,8342$	$3,3381$	
	θ_0	$3,8750$	$0,0152$	$3,8452$	$3,9048$	
3	α_0	$-0,8622$	$0,1968$	$-1,2480$	$-0,4765$	2561,3512
	α_1	$-0,2707$	$0,1042$	$-0,4750$	$-0,0664$	
	γ_0	$3,0230$	$0,1177$	$2,7922$	$3,2538$	
	θ_0	$3,8715$	$0,0150$	$3,8422$	$3,9008$	
4	α_0	$-1,0296$	$0,1851$	$-1,3925$	$-0,6667$	2567,2167
	γ_0	$3,0746$	$0,1230$	$2,8335$	$3,3158$	
	γ_1	$-0,0853$	$0,0920$	$-0,2655$	$0,0949$	
	θ_0	$3,8663$	$0,0207$	$3,8256$	$3,9069$	
5	θ_1	$0,0112$	$0,0186$	$-0,0253$	$0,0478$	
	α_0	$-0,9361$	$0,2322$	$-1,3913$	$-0,4809$	2560,9996
	α_1	$-0,2067$	$0,1485$	$-0,4978$	$0,0845$	
	γ_0	$3,0481$	$0,1280$	$2,7973$	$3,2990$	
	θ_0	$3,8538$	$0,0173$	$3,8199$	$3,8878$	
6	θ_1	$0,0280$	$0,0130$	$0,0024$	$0,0535$	
	α_0	$-1,0898$	$0,1989$	$-1,4796$	$-0,6999$	2562,7079
	γ_0	$3,1006$	$0,1319$	$2,8421$	$3,3592$	
	γ_1	$-0,0502$	$0,0934$	$-0,2334$	$0,1329$	
	θ_0	$3,8696$	$0,0140$	$3,8422$	$3,8970$	
7	α_0	$-0,8404$	$0,1790$	$-1,1913$	$-0,4895$	
	α_1	$-0,5014$	$0,1736$	$-0,8416$	$-0,1611$	2558,3528
	γ_0	$2,9590$	$0,1171$	$2,7295$	$3,1885$	
	γ_1	$0,2633$	$0,1568$	$-0,0439$	$0,5706$	
	θ_0	$3,8978$	$0,0280$	$3,8429$	$3,9526$	
8	θ_1	$-0,0389$	$0,0317$	$-0,1010$	$0,0232$	
	α_0	$-0,5617$	$0,2824$	$-1,1152$	$-0,0082$	2556,7544
	α_1	$-0,9223$	$0,3732$	$-1,6538$	$-0,1909$	
	γ_0	$2,8232$	$0,1485$	$2,5320$	$3,1143$	
	γ_1	$0,4933$	$0,2354$	$0,0320$	$0,9547$	

Tabela 4.6: Estimativas de máxima verossimilhança dos modelos considerados — linhagem vermelha.

				Intervalo de Confiança 95%		
Modelo	Parâmetro	Estimativa	E.P.	L. Inferior	L. Superior	$-2\times\ell\left(\hat{\Theta}\mid\mathbf{t}\right)$
	θ_0	$3,8411$	$0,0144$	$3,8128$	$3,8693$	
1	α_0	$-1,3540$	$0,2123$	$-1,7700$	$-0,9379$	2619,1286
	γ_0	$3,2103$	$0,1516$	$2,9132$	$3,5075$	
	θ_0	$3,8183$	$0,0133$	$3,7923$	$3,8443$	
2	θ_1	$0,0507$	$0,0121$	$0,0269$	$0,0744$	2602,0970
	α_0	$-1,3954$	$0,2005$	$-1,7885$	$-1,0024$	
	γ_0	$3,2653$	$0,1462$	$2,9787$	$3,5519$	
	θ_0	$3,8493$	$0,0157$	$3,8186$	$3,8801$	
3	α_0	$-1,0413$	$0,2284$	$-1,4889$	$-0,5936$	2602,9443
	α_1	$-0,4193$	$0,1044$	$-0,6238$	$-0,2148$	
	γ_0	$3,1545$	$0,1494$	$2,8616$	$3,4474$	
	θ_0	$3,8347$	$0,0139$	$3,8075$	$3,8619$	
4	α_0	$-1,4005$	$0,2143$	$-1,8205$	$-0,9805$	2611,9767
	γ_0	$3,3657$	$0,1664$	$3,0395$	$3,6919$	
	γ_1	$-0,2546$	$0,0955$	$-0,4418$	$-0,0674$	
	θ_0	$3,8275$	$0,0156$	$3,7969$	$3,8581$	
5	θ_1	$0,0336$	$0,0154$	$0,0034$	$0,0638$	
	α_0	$-1,2557$	$0,2263$	$-1,6991$	$-0,8122$	2598,6541
	α_1	$-0,2415$	$0,1311$	$-0,4985$	$0,0155$	
	γ_0	$3,2511$	$0,1515$	$2,9542$	$3,5481$	
	θ_0	$3,8193$	$0,0130$	$3,7939$	$3,8447$	
6	θ_1	$0,0468$	$0,0124$	$0,0225$	$0,0711$	
	α_0	$-1,4076$	$0,2046$	$-1,8086$	$-1,0065$	2598,3989
	γ_0	$3,3636$	$0,1587$	$3,0525$	$3,6746$	
	γ_1	$-0,1816$	$0,0947$	$-0,3672$	$0,0039$	
	θ_0	$3,8519$	$0,0147$	$3,8232$	$3,8806$	
7	α_0	$-0,9388$	$0,2128$	$-1,3560$	$-0,5217$	
	α_1	$-0,6465$	$0,1837$	$-1,0067$	$-0,2864$	2600,7678
	γ_0	$3,0543$	$0,1471$	$2,7660$	$3,3426$	
	γ_1	$0,2442$	$0,1646$	$-0,0784$	$0,5669$	
	θ_0	$3,8204$	$0,0190$	$3,7832$	$3,8576$	
8	θ_1	$0,0450$	$0,0263$	$-0,0065$	$0,0964$	
	α_0	$-1,3872$	$0,3326$	$-2,0390$	$-0,7354$	2598,3927
	α_1	$-0,0330$	$0,4227$	$-0,8615$	$0,7955$	
	γ_0	$3,3492$	$0,2431$	$2,8727$	$3,8257$	
	γ_1	$-0,1586$	$0,3091$	$-0,7645$	$0,4472$	

Nas Figuras 4.2, 4.3 e 4.4 tem-se as curvas de sobrevivência empíricas e as baseadas nas estimativas de máxima verossimilhança. As curvas empíricas e as curvas provenientes dos ajustes dos modelos podem ser nomeadas de curvas de postura e estimam a probabilidade do tempo até a primeira postura ser superior a um número de dias quaisquer. Segundo Rayner, Thas e Best (2009), pela sua subjetividade, elas não podem ser recomendados unicamente para

avaliar a qualidade do ajuste.

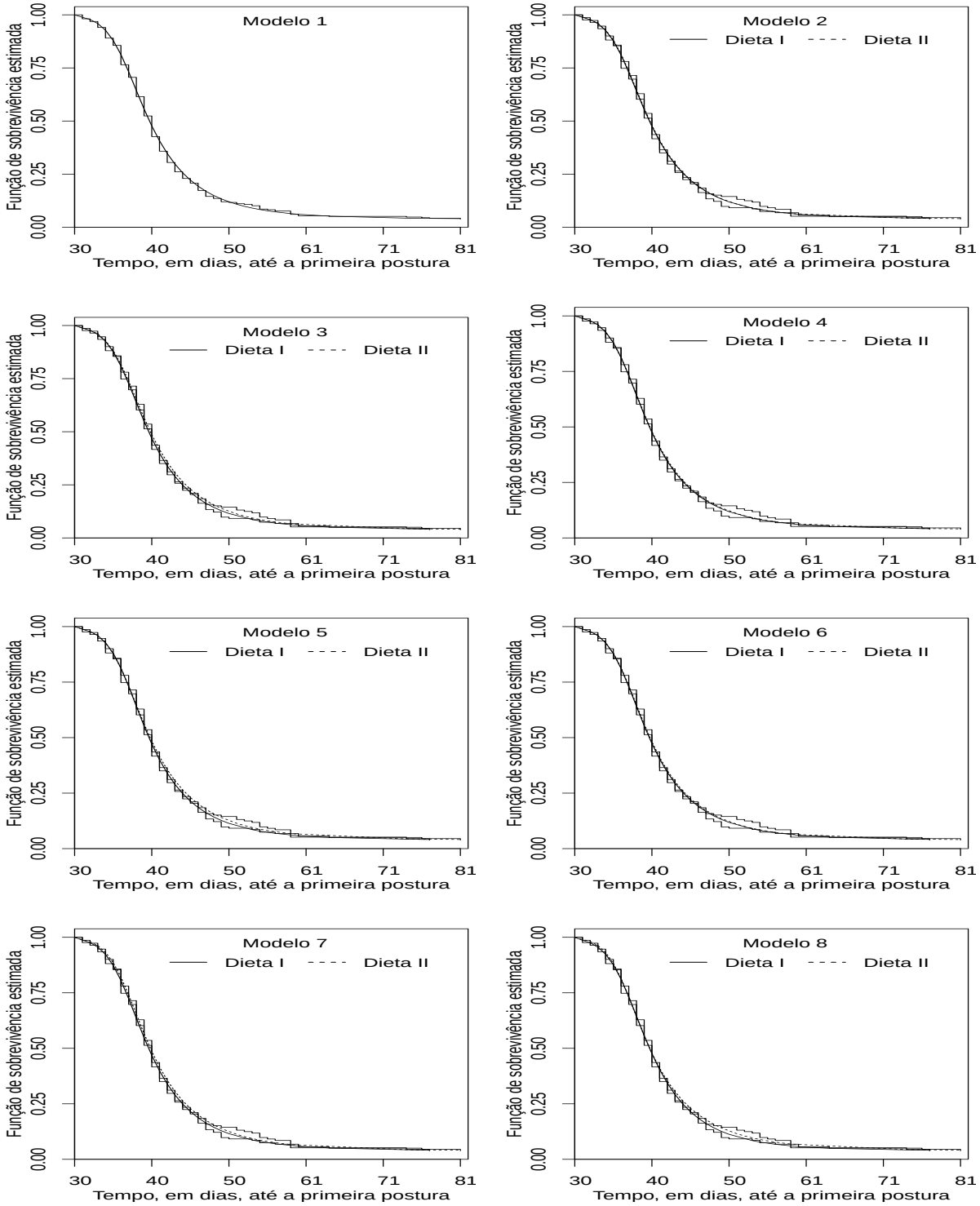


Figura 4.2: Função de sobrevivência empírica e distribuições teóricas ajustadas — linhagem amarela.

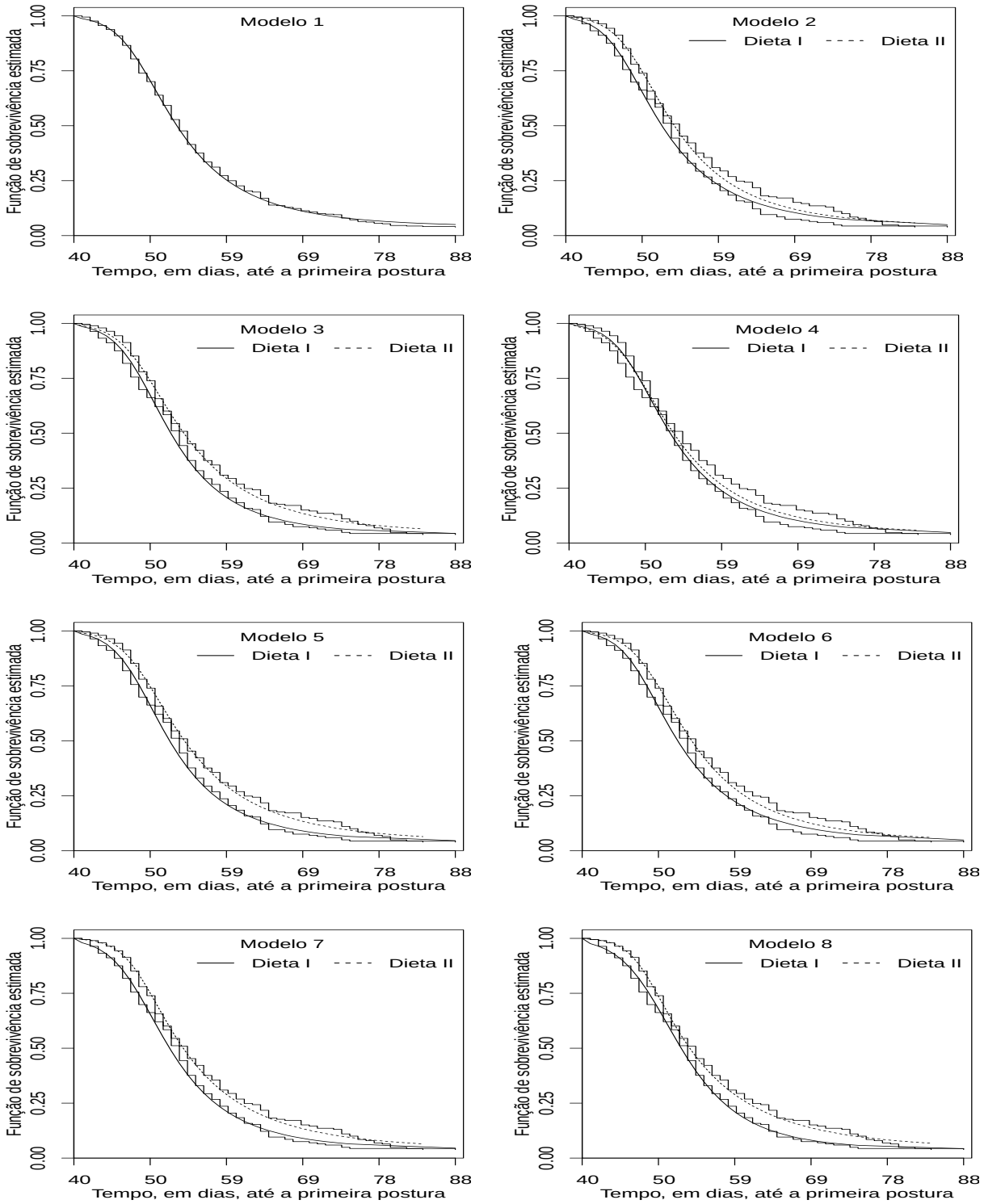


Figura 4.3: Função de sobrevivência empírica e distribuições teóricas ajustadas — linhagem azul.

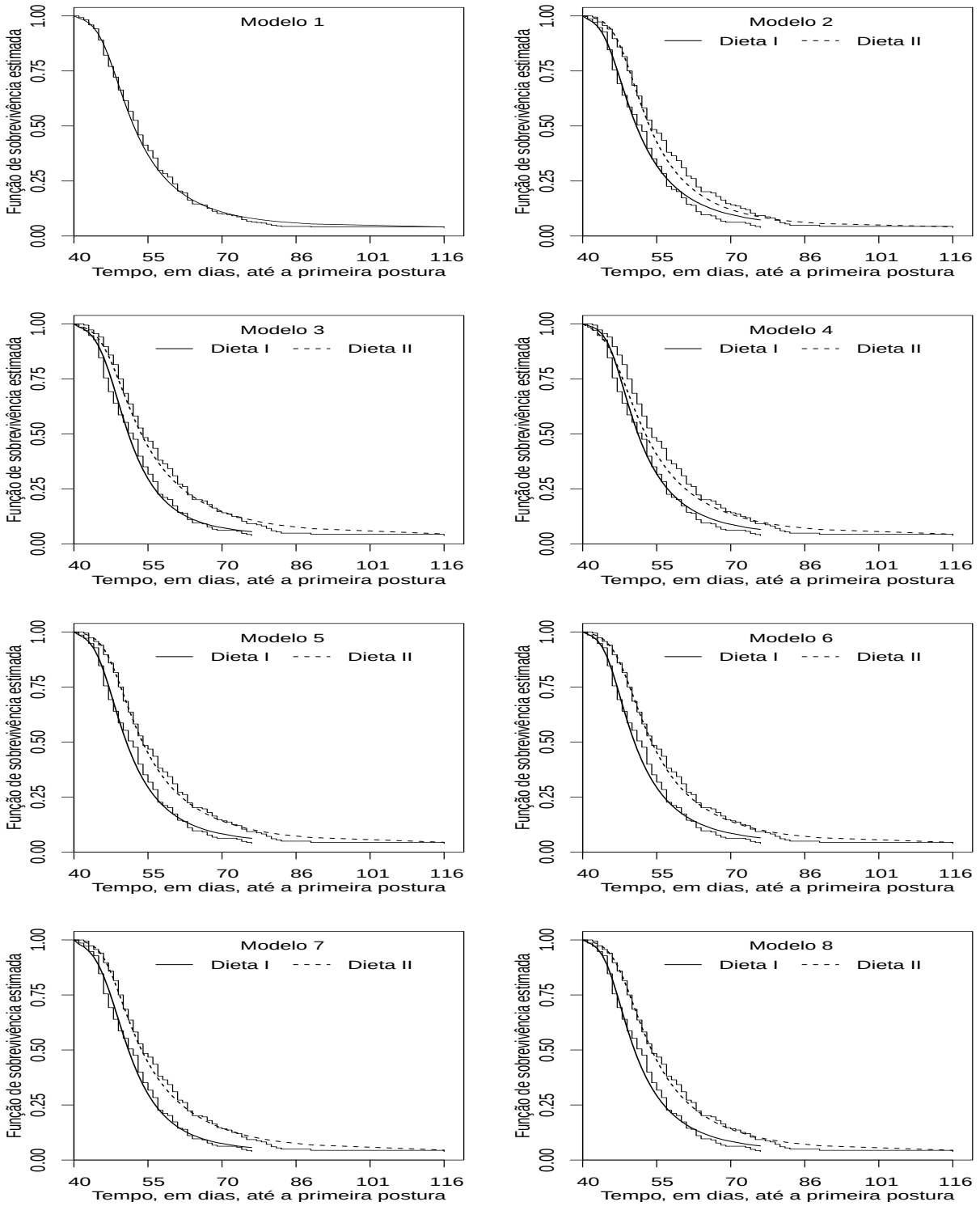


Figura 4.4: Função de sobrevivência empírica e distribuições teóricas ajustadas — linhagem vermelha.

4.4 Considerações Finais

Neste trabalho considerou-se o ajuste da distribuição Burr XII em que seus parâmetros são dependentes da covariáveis. A escolha do melhor modelo se deu pelos critérios de informações (AIC, AICc e BIC) e pelo teste da razão das verossimilhanças. Em cada linhagem ajustou-se um modelo diferente. Na linhagem amarela o modelo ajustado foi o modelo simples em que nenhum dos parâmetros têm efeito de tratamento, isso implica em dizer, que não existe diferenças entre as dietas recebidas. Na linhagem azul, o modelo ajustado tipo de dieta influenciam no parâmetro de forma (α) e no parâmetro (γ) da distribuição ajustada. A linhagem vermelha, o parâmetro de escala (θ) e o parâmetro (γ) sofrem influencias da covariável. Para cada um dos oito modelos de regressão usados na análise estimou–se, pontualmente e intervalarmente, os parâmetros da distribuição.

Capítulo 5

Aplicação da Distribuição Burr XII Discreta na Análise do Tempo Até a Primeira Postura de Codornas

Resumo

A proposta deste capítulo é apresentar a distribuição Burr XII discreta de três parâmetros usando a abordagem de discretização de uma distribuição contínua, introduzida por Nakagawa e Osaki (1975). A distribuição Burr XII tem se mostrado bastante útil na análise de dados de sobrevivência, tendo como caso limite a distribuição Weibull. Neste capítulo, analisou-se um conjunto de dados em que a variável resposta é o número de dias transcorridos entre o nascimento e a primeira postura (evento) de três linhagens de codornas submetidas a dois níveis de dieta alimentar. O objetivo foi selecionar uma distribuição de probabilidade que descreva o comportamento da idade (em dias) até a primeira postura e verificar a qualidade do ajuste via teste qui-quadrado. Para atender os objetivos, adotou-se como candidatas as distribuições discretas: Burr XII, Weibull, Pareto tipo II e Gama. Os procedimentos de discriminação, mostraram que a distribuição Burr XII discreta é a mais indicada para descrever a variável resposta. As estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros da distribuição foram calculadas. O teste de aderência qui-quadrado não rejeitou a hipótese nula de que os dados em questão podem ser modelados pela distribuição escolhida.

Abstract

The purpose this chapter is present the discrete Burr XII distribution using the discretization approach introduced by Nakagawa and Osaki (1975). The Burr XII distribution has been very useful in survival data analysis, with the limiting case the Weibull distribution. This chapter examined one data set in which the dependent variable is number of days elapsed between the birth and the first posture (event) of quails, of three strains and subjected to two levels of diet. The goal was to select a probability distribution that describes the behavior age (in days) until the first posture and check the quality of the adjustment. Also we adopted as candidates the following distributions: discrete Weibull, discrete Pareto type II and discrete Gamma. The procedures used as model selection showed that discrete Burr XII distribution is the most adequate to describe the response variable.

5.1 Introdução

Em análise de sobrevivência a variável resposta é, geralmente, o tempo até a ocorrência de um evento de interesse. Na área médica, esses tempos podem ser o tempo até a morte do paciente, da cura ou da reicidiva da doença. Em confiabilidade de sistemas, pode-se ter o tempo até a falha de um produto ou de um componente. Os tempos de sobrevivência são, em sua grande maioria, contínuos. No entanto, existem casos que os dados são estritamente discretos, seja por não ser possível ou conveniente medir esses tempos em uma escala contínua, seja devido a imprecisões intrínsecas ao processo de mensuração ou simplesmente por que os dados são de origem discreta. Como, por exemplo, o número de peças que uma máquina produz ao longo da sua vida útil ou o número de oscilações de tensão que um item elétrico suporta antes de fracassar.

Diversos trabalhos envolvendo a discretização de distribuições contínuas tem sido publicados nos últimos anos, alguns dos exemplos mais importantes são: Weibull discreta (NAKAGAWA; OSAKI, 1975; STEIN; DATTERO, 1984; KHAN et al., 1989, KULASEKERA, 1994); Normal discreta (ROY, 2003), Rayleigh discreta (ROY, 2004), distribuições Burr discreta e Pareto discreta (KRISHNA; PUNDIR, 2009), Weibull Inversa discreta (JAZI et al., 2010), Weibull Modificada discreta (NOOGHABI; BORZADARAN; ROKNABADI, 2011), Weibull Aditiva discreta (BEBBINGTON et al., 2012), distribuições Gama, Lindley e Weibull discretas (BAKOUCH; JAZI; NADARAJAH, 2014), Burr XII Generalizada discreta (PARA; JAN, 2014) e Pareto Generalizada discreta e Lomax discreta (PRIETO; GÓMEZ-DÉNIZ; SARABIA, 2014).

Neste capítulo, a distribuição Burr XII discreta é utilizada para descrever o número de dias transcorridos entre o nascimento e a primeira postura (evento) de três linhagens de codornas submetidas a dois níveis de dieta alimentar.

O capítulo está organizado da seguinte forma: Na Seção 5.2 é apresentada a motivação para a escolha da metodologia adotada no trabalho. Algumas propriedades da distribuição Burr XII contínua, da distribuição Burr XII discreta e a estimação via máxima verossimilhança são apresentadas, respectivamente, nas subseções 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3. Algumas considerações a respeito dos dados utilizados, as distribuições alternativas e qualidade do ajuste são apresentados na Seção 5.3. Os resultados são apresentados e discutidos na Seção 5.4. Algumas considerações na Seção 5.5 finaliza este capítulo.

5.2 Discretizando uma Distribuição Contínua

As distribuições discretas tradicionais como Poisson, Binomial Negativa, Geométrica, dentre outras, possuem limitações quanto ao seu uso na análise de dados de sobrevivência (BAKOUCH; JAZI; NADARAJAH, 2014). Isso fez com que uma nova classe de distribuições discretas baseadas em modelos contínuos fossem desenvolvidas.

A discretização de uma distribuição contínua baseia-se na função de sobrevivência contínua. Se os tempos de falha são contínuos com função de sobrevivência dada por $S(x) = P(X \geq x)$ e os tempos observados estão agrupados em intervalos, $T = [X]$, a função de probabilidade de T pode ser escrita como:

$$P(T = t) = S(t) - S(t+1) \tag{5.1}$$

em que $t = 0, 1, 2, \ldots$ e $[X]$ indica a parte inteira de X (KRISHNA; PUNDIR, 2009).

A função de probabilidade da variável aleatória T pode ser vista como uma concentração discreta da função densidade de probabilidade de X. O modelo mais simples que pode ser usado nesta abordagem é o geométrico, em que a função de probabilidade é dada por:

$$P(T = t) = \phi^t - \phi^{t+1} = \phi^t (1 - \phi)$$

que é obtida pela discretização da distribuição exponencial, que tem como função de sobrevivência a expressão:

$$S(t) = e^{-\lambda t},$$

em que $\lambda > 0$ e $\phi = e^{-\lambda}$.

A distribuição de Weibull discreta, introduzida por Nakagawa e Osaki (1975) e consolidada por Stein e Dattero (1984), Khan, Khalique e Abouammoh (1989) e Kulasekera (1994), tem como função de probabilidade a expressão:

$$P(T=t) = \phi^{t^{\beta}} - \phi^{(t+1)^{\beta}}$$

em que $\beta > 0$, $\phi = e^{-\lambda}$ e $0 < \phi < 1$. A distribuição Weibull discreta tem como casos particulares as distribuições geométrica, para $\beta = 1$ (STEIN; DATTERO, 1984) e Rayleigh discreta, para $\beta = 2$ (ROY, 2002, 2004).

A discretização de um modelo de sobrevivência contínuo mantém a mesma forma da função de sobrevivência e, por consequência, algumas características do modelo permanecem inalteradas (KRISHNA; PUNDIR, 2009).

5.2.1 Distribuição Burr XII Contínua

A distribuição Burr XII faz parte de um sistema com 12 funções de distribuição de probabilidade, no entanto, os tipos III e XII são as mais usadas na análise de dados de sobrevivência. Uma variável aleatória X, não negativa, com distribuição Burr XII tem as funções de densidade, de sobrevivência e de risco, escritas respectivamente, nas formas:

$$f(t \mid \Theta) = \frac{\gamma\alpha t^{\alpha-1}}{\theta^{\alpha}}\left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-(\gamma+1)}, \tag{5.2}$$

$$S(t \mid \Theta) = \left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-\gamma}, \tag{5.3}$$

$$h(t \mid \Theta) = \frac{\gamma\alpha t^{\alpha-1}}{\theta^{\alpha}}\left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-1} \tag{5.4}$$

em que $\Theta = (\theta, \alpha, \gamma)$ tal que $\theta > 0$ é o parâmetro de escala e $\alpha > 0$ é o parâmetro de forma. O parâmetro $\gamma > 0$ não influencia o comportamento das funções de densidade e de risco, apesar de em muitos trabalhos ser definido como parâmetro de forma.

A função densidade de probabilidade (5.2) é unimodal com máximo em $T_{\max} = \theta \sqrt[\alpha]{\frac{\alpha-1}{1+\gamma\alpha}}$ quando $\alpha > 1$ e é em forma de L para $\alpha \leq 1$. A função de risco (5.4) é decrescente quando $\alpha \leq 1$ e unimodal para $\alpha > 1$ com máximo em $\theta \sqrt[\alpha]{(\alpha-1)}$. A distribuição Burr XII têm como casos particulares, a distribuição Lomax (Pareto do segundo tipo) para $\alpha = 1$, a distribuição Log-Logística para $\gamma = 1$ e a distribuição Weibull para $\gamma \to \infty$.

5.2.2 Distribuição Burr XII Discreta

Substituindo a expressão (5.3) em (5.1), pode-se definir a função de probabilidade da distribuição Burr XII discreta por:

$$P(T=t) = \left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-\gamma} - \left[1+\left(\frac{t+1}{\theta}\right)^{\alpha}\right]^{-\gamma} \tag{5.5}$$

$$= \phi^{\log\left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]} - \phi^{\log\left[1+\left(\frac{t+1}{\theta}\right)^{\alpha}\right]} \tag{5.6}$$

em que $\phi = e^{-\gamma}$ e $0 < \phi < 1$.

A função de probabilidade (5.6) é unimodal e seu ponto de máximo, $T_{\max}$, deve ser obtido via método numérico.

A função de risco de uma variável aleatória T discreta, com função de probabilidade $P(T=t)$ e função de sobrevivência $S(t) = P(T \geq t)$, é dada por:

$$h(t) = \frac{P(T=t)}{P(T \geq t)} \tag{5.7}$$

ou seja, a probabilidade condicional de ocorrência de falha no tempo t dado que a falha não ocorreu no tempo $t-1$. No entanto existem vários problemas na definição (5.7). O principal é que a função de risco, $h(t)$, não é equivalente a $-\log S(t)$ como no caso contínuo (XIE; GAUDOIN; BRACQUEMOND, 2002). Por esta razão, uma definição alternativa para a função de risco (KRISHNA; PUNDIR, 2009) é definida por:

$$h_A(t) = \log\left(\frac{S(t)}{S(t+1)}\right). \tag{5.8}$$

No caso de uma variável aleatória com distribuição Burr XII discreta, as funções de risco referente as Equações (5.7) e (5.8) são dadas, respectivamente, por:

$$h(t) = \frac{\phi^{\log\left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]}\left\{1-\frac{\phi^{\log\left[1+\left(\frac{t+1}{\theta}\right)^{\alpha}\right]}}{\phi^{\log\left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]}}\right\}}{\phi^{\log\left[1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]}} = 1-\phi^{\Lambda(t)} \tag{5.9}$$

$$h_A(t) = (\log\phi)\log\left[\frac{1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}}{1+\left(\frac{t+1}{\theta}\right)^{\alpha}}\right] \tag{5.10}$$

em que $\Lambda(t) = \log\left[\frac{1+\left(\frac{t+1}{\theta}\right)^{\alpha}}{1+\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}}\right]$ e $\theta > 0$ é o parâmetro de escala e $\alpha > 0$ é o parâmetro de forma. O parâmetro $0 < \phi < 1$ influencia a escala (eixo dos tempos) da função de probabilidade.

A partir da expressão dada em (5.9) nota-se que $h(1) = h(0) \Leftrightarrow \alpha = \frac{\log(3)}{\log(2)} = 1,585 = c$.

Então a função de risco pode ser decrescente em t se $0 < \alpha < c$. Será um caso particular da distribuição Pareto para $\alpha = 1$, e sua função de risco será decrescente. Para $\alpha = c$ tem-se $h(0) = h(1)$ e para $\alpha > c, h(0) < h(1)$ e então $h(t) < h(t-1)$ para todo $t \geq 2$, ou seja leva um salto para $t = 1$ e decresce para $t \geq 1$, uniformemente em ϕ (KRISHNA; PUNDIR, 2009)..

5.2.3 Estimadores de Máxima Verossimilhança

Sejam $t_1, \ldots, t_n$ os tempos de sobrevivência observados de uma variável aleatória T com distribuição Burr XII discreta e função de probabilidade definida em (5.6) com vetor de parâmetros $\Theta = (\theta, \alpha, \phi)$. As funções de verossimilhança e log-verossimilhança (PAWITAN, 2001; MILLAR, 2011) são escritas, respectivamente, como:

$$L(\Theta \mid \mathbf{t}) = \prod_{i=1}^{n} \left\{ \phi^{\log\left[1+\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]} \left[1 - \phi^{\Lambda(t_i,\alpha,\theta)}\right] \right\} \tag{5.11}$$

e

$$l(\Theta \mid \mathbf{t}) = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \log\left[1 + \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right] \log(\phi) + \log\left[1 - \phi^{\Lambda(t_i,\alpha,\theta)}\right] \right\} \tag{5.12}$$

em que $\Lambda(t_i, \alpha, \theta) = \log\left\{\left[1 + \left(\frac{t+1}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\left[1 + \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\right\}$.

As estimativas de máxima verossimilhança $\widehat{\Theta} = \left(\widehat{\theta}, \widehat{\alpha}, \widehat{\phi}\right)$ de $\Theta = (\theta, \alpha, \phi)$ são obtidas pela maximização do logaritmo da função verossimilhança. Neste caso a função de verossimilhança é maximizada, resolvendo-se, simultaneamente, em θ, α e ϕ as equações:

$$\frac{\partial l(\Theta \mid \mathbf{t})}{\partial \theta} = -\frac{\alpha \log(\phi) \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}}{\theta\left[1 + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]} - \frac{\phi^{\Lambda(t_i,\alpha,\theta)} \Lambda'_{\theta}(t_i, \alpha, \theta) \log(\phi)}{1 - \phi^{\Lambda(t_i,\alpha,\theta)}}, \tag{5.13}$$

$$\frac{\partial l(\Theta \mid \mathbf{t})}{\partial \alpha} = \frac{\log(\phi) \sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha} \log\left(\frac{t_i}{\theta}\right)\right]}{1 + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}} - \frac{\phi^{\Lambda(t_i,\alpha,\theta)} \Lambda'_{\alpha}(t_i, \alpha, \theta) \log(\phi)}{1 - \phi^{\Lambda(t_i,\alpha,\theta)}}, \tag{5.14}$$

$$\frac{\partial l(\Theta \mid \mathbf{t})}{\partial \phi} = \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^{n} \log\left[1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right] - \frac{\phi^{\Lambda(t_i,\alpha)} \Lambda(t_i, \alpha, \theta)}{\phi\left(1 - \phi^{\Lambda(t_i,\alpha,\theta)}\right)}. \tag{5.15}$$

em que

$$\Lambda(t_i, \alpha, \theta) = \log\left\{\left[1 + \left(\frac{t+1}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\left[1 + \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\right\},$$

$$\Lambda'_{\theta}(t_i, \alpha, \theta) = \frac{-\left(\frac{\alpha}{\theta}\right)^{n} \sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{t_i+1}{\theta}\right)^{\alpha}\left[1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\right\} - \left(\frac{\alpha}{\theta}\right)^{n} \sum_{i=1}^{n}\left\{\left[1 + \left(\frac{t_i+1}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right\}}{\left[1 + \left(\frac{t_i+1}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\left[1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]},$$

$$\Lambda'_{\alpha}(t_i, \alpha, \theta) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{t_i+1}{\theta}\right)^{\alpha} \log\left(\frac{t_i+1}{\theta}\right)\left[1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\right\} + \sum_{i=1}^{n}\left\{\left[1 + \left(\frac{t_i+1}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha} \log\left(\frac{t_i}{\theta}\right)\right\}}{\left[1 + \left(\frac{t_i+1}{\theta}\right)^{\alpha}\right]\left[1 + \left(\frac{t_i}{\theta}\right)^{\alpha}\right]}.$$

O sistema de equações formado pelas equações (5.13), (5.14) e (5.15) não admitem soluções analíticas e devem ser resolvidas numericamente por meio de um método iterativo, por exemplo, algoritmo de Newton-Rhapson.

A partir da normalidade assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança, pode-se construir intervalos de confiança para vetor de parâmetros Θ. Pela propriedade de invariância dos estimadores de máxima verossimilhança, estima-se $T_{\max}$ e $E(T)$, respectivamente, por $\widehat{T}_{\max}$, que descreve a idade mais provável de primeira postura (em dias) e $\widehat{E(T)}$, a idade média da primeira postura. Ambos devem ser obtidos iterativamente via algoritmo numérico. As variabilidades, $Var\left(\widehat{T}_{\max}\right)$ e $Var\left(\widehat{E(T)}\right)$, podem ser obtidas via método bootstrap (EFRON, 1979).

5.3 Materiais e Métodos

Os dados em questão já foram usados em outro trabalho intitulado como "Modelagem do Tempo até a Primeira Postura de Codornas" no qual foi ajustado o modelo Burr XII contínuo. Neste capítulo, a proposta é ajustar um modelo de probabilidade discretizado, uma vez que a variável resposta é "tempo, em dias, contados entre o nascimento e a primeira postura de codornas japonesas" é de origem discreta. As codornas são provenientes de três linhagens distintas (denominadas de amarela, azul e vermelha) e que foram submetidas a duas dietas alimentares, com energia metabolizável de 2.900 $kcal/kg$ e 2.500 $kcal/kg$, denominadas, respectivamente, por dieta I e dieta II.

5.3.1 Distribuições de Probabilidade

Além da distribuição Burr XII discreta, foram ajustadas outras três distribuições de probabilidade também discretas para descrever o tempo até a primeira postura de codornas. A justificativa para a adoção das distribuições Weibull e Pareto II relaciona-se ao fato destas serem casos particulares da distribuição Burr XII. A distribuição Gama foi adotada por ser bastante usada em análise de dados de sobrevivência. A escolha também levou em conta que todas essas distribuições já foram discretizadas e algumas aplicações podem ser encontradas na literatura. Estas distribuições são resumidas a seguir:

• Distribuição Weibull Discreta (NAKAGAWA; OSAKI, 1975):

$$P(T=t) = \phi^{t^{\beta}} - \phi^{(t+1)^{\beta}} \tag{5.16}$$

em que $\beta > 0$ é o parâmetro de forma e $\phi = e^{-\lambda}$, $0 < \phi < 1$ é o parâmetro de escala.

• Distribuição Pareto II Discreta (PIETRO et al., 2014):

$$P(T = t) = [1 + \lambda t]^{\alpha} - [1 + \lambda (t + 1)]^{\alpha} \tag{5.17}$$

em que $\alpha > 0$ é o parâmetro de forma e $\lambda > 0$ é o parâmetro de escala.

• Distribuição Gama Discreta (BAKOUCH et al., 2014):

$$P(T = t) = \frac{\gamma(\alpha, \beta(t+1))}{\Gamma(\alpha)} - \frac{\gamma(\alpha, \beta(t))}{\Gamma(\alpha)} \tag{5.18}$$

em que $\beta > 0$, $\alpha > 0$, $\gamma(a,t) = \int_0^t t^{a-1} \exp(-t)\, dt$ é a função gama incompleta e $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} \exp(-t)\, dt$ é a função gama completa.

5.3.2 Qualidade do Ajuste

Dado uma amostra aleatória de tamanho n de uma variável T que supostamente segue distribuição Burr XII com parâmetros (θ, α, γ), é necessário testar se essa suposição é verdadeira. Testes de hipóteses para verificar a qualidade do ajuste como o teste qui-quadrado pode ser adotado. A estatística do teste qui-quadrado para verificar a qualidade do ajuste é dado por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi^2_{(k-r-1)} \tag{5.19}$$

em que O_i e E_i são, respectivamente, a frequência observada e esperada para a classe dos tempos i. A frequência esperada é calculada usando a expressão $E_i = np$ em que n é o tamanho da amostra e $p = P(T_i = t_i)$, dado em (5.6), é a probabilidade esperada calculada em suas estimativas de máxima verossimilhança. A hipótese nula, H_0 : os dados seguem distribuição Burr XII discreta, será rejeitada com nível de significância de 5% se $\chi^2 > \chi^2_{0,95;k-r-1}$ em que r é o número de parâmetros do modelo ajustado, k é o número de classes e $\chi^2_{0,95;k-r-1}$ é o valor crítico com $k - r - 1$ graus de liberdade.

5.4 Resultados e Discussão

As Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 apresentam os valores das estatísticas usadas como critério de seleção de modelos. Neste trabalho, o critério de seleção adotado foram: função de verossimilhança $-2\log(L)$, critérios de informação de Akaike (AIC), Akaike corrigido (AICc) e Bayesiano (BIC). Utiliza-se como critério de decisão o modelo que apresenta o menor valor

da estatística. Na coluna nomeada por R, tem-se a indicação da distribuição que mais vezes foi selecionada. Observa-se que a distribuição Burr XII discreta apresenta o melhor ajuste em relação às outras distribuições.

Tabela 5.1: Valores da estatísticas usadas como critério de discriminação — linhagem amarela.

Modelo	$-2\log(L)$	AIC	AICc	BIC	R
		Dieta I			
1	$1008,4^1$	$1014,4^1$	$1014,5^1$	$1023,6^1$	4^1
2	$1133,9^4$	$1137,9^4$	$1138,0^4$	$1144,1^4$	16^4
3	$1088,9^3$	$1092,9^3$	$1092,9^3$	$1099,0^3$	12^3
4	$1050,4^2$	$1054,4^2$	$1054,5^2$	$1060,6^2$	8^2
		Dieta II			
1	$911,7^1$	$917,7^1$	$917,9^1$	$926,7^1$	4^1
2	$1032,1^4$	$1036,1^4$	$1036,2^4$	$1042,1^4$	16^4
3	$979,3^3$	$983,3^3$	$983,4^3$	$989,3^3$	12^3
4	$960,3^2$	$964,3^2$	$964,4^2$	$970,2^2$	8^2

1: Burr XII, 2: Weibull, 3: Pareto e 4: Gama.

Tabela 5.2: Valores da estatísticas usadas como critério de discriminação — linhagem azul.

Modelo	$-2\log(L)$	AIC	AICc	BIC	R
		Dieta I			
1	$1243,3^1$	$1249,3^1$	$1249,5^1$	$1259,0^1$	4^1
2	$1308,8^3$	$1312,8^3$	$1312,8^3$	$1319,2^3$	12^3
3	$1311,3^4$	$1315,3^4$	$1315,3^4$	$1321,7^4$	16^4
4	$1250,6^2$	$1254,6^2$	$1254,7^2$	$1261,1^2$	8^2
		Dieta II			
1	$1313,3^1$	$1319,3^1$	$1319,5^1$	$1329,1^1$	4^1
2	$1400,1^3$	$1404,1^3$	$1404,2^3$	$1410,6^3$	12^3
3	$1413,6^4$	$1417,6^4$	$1417,7^4$	$1424,1^4$	16^4
4	$1347,8^2$	$1351,8^2$	$1351,8^2$	$1358,3^2$	8^2

1: Burr XII, 2: Weibull, 3: Pareto e 4: Gama.

Tabela 5.3: Valores da estatísticas usadas como critério de discriminação — linhagem vermelha.

Modelo	$-2\log(L)$	AIC	AICc	BIC	R
		Dieta I			
1	$1329,7^1$	$1335,7^1$	$1335,8^1$	$1345,6^1$	4^1
2	$1400,8^4$	$1404,8^4$	$1404,9^4$	$1411,4^4$	16^4
3	$1397,8^3$	$1401,8^3$	$1401,9^3$	$1408,4^3$	12^3
4	$1345,1^2$	$1349,1^2$	$1349,2^2$	$1355,7^2$	8^2
		Dieta II			
1	$1268,6^1$	$1274,6^1$	$1274,7^1$	$1284,1^1$	4^1
2	$1376,4^4$	$1380,4^4$	$1380,5^4$	$1386,8^4$	16^4
3	$1324,6^3$	$1328,6^3$	$1328,7^3$	$1335,0^3$	12^3
4	$1305,6^2$	$1309,6^2$	$1309,6^2$	$1315,9^2$	8^2

1: Burr XII, 2: Weibull, 3: Pareto e 4: Gama.

Dado que a distribuição Burr XII discreta foi a distribuição escolhida para descrever o tempo até a primeira postura de codornas em todos os grupos, as Tabelas 5.4, 5.5 e 5.6 apresentam as estimativas de máxima verossimilhança, pontuais e intervalares, dos parâmetros da distribuição para cada grupo (linhagem *versus* dieta).

Tabela 5.4: Estimativas de máxima verossimilhança distribuição Burr XII discreta – linhagem amarela.

				I.C. de 95%	
Dieta	Parâmetro	Estimativa	E.P.	L.I.	L.S.
I	$\widehat{\theta}$	$37,1243$	$0,7027$	$35,7471$	$38,5015$
I	$\widehat{\alpha}$	$20,4649$	$2,9545$	$14,6741$	$26,2557$
I	$\widehat{\gamma}$	$0,4070$	$0,0939$	$0,2229$	$0,5911$
II	$\widehat{\theta}$	$36,5446$	$0,6572$	$35,2566$	$37,8326$
II	$\widehat{\alpha}$	$23,3931$	$3,8410$	$15,8648$	$30,9214$
II	$\widehat{\gamma}$	$0,3146$	$0,0767$	$0,1643$	$0,4649$

Tabela 5.5: Estimativas de máxima verossimilhança distribuição Burr XII discreta – linhagem azul.

				I.C. de 95%	
Dieta	Parâmetro	Estimativa	E.P.	L.I.	L.S.
I	$\widehat{\theta}$	$49,7602$	$1,3748$	$47,0657$	$52,4547$
I	$\widehat{\alpha}$	$17,0846$	$2,5546$	$12,0777$	$22,0915$
I	$\widehat{\gamma}$	$0,5655$	$0,1600$	$0,2519$	$0,8791$
II	$\widehat{\theta}$	$47,9006$	$0,7031$	$46,5225$	$49,2787$
II	$\widehat{\alpha}$	$28,0484$	$5,1697$	$17,9159$	$38,1810$
II	$\widehat{\gamma}$	$0,2246$	$0,05512$	$0,1166$	$0,3327$

Tabela 5.6: Estimativas de máxima verossimilhança distribuição Burr XII discreta – linhagem vermelha.

				I.C. de 95%	
Dieta	Parâmetro	Estimativa	E.P.	L.I.	L.S.
I	$\widehat{\theta}$	$46,1090$	$0,8636$	$44,4164$	$47,8015$
I	$\widehat{\alpha}$	$29,0137$	$7,1225$	$15,0538$	$42,9736$
I	$\widehat{\gamma}$	$0,2474$	$0,0828$	$0,0852$	$0,4096$
II	$\widehat{\theta}$	$48,1991$	$0,8640$	$46,5058$	$49,8925$
II	$\widehat{\alpha}$	$24,7298$	$4,7665$	$15,3877$	$34,0719$
II	$\widehat{\gamma}$	$0,2393$	$0,0628$	$0,1162$	$0,3624$

Uma vez escolhido o modelo de probabilidade que melhor descreva os dados, deve-se verificar a qualidade do ajuste. O teste qui-quadrado de aderência, a análise subjetiva das curvas de sobrevivência teóricas sobrepostas às empíricas e gráficos de quantil-quantil foram usados para verificar a qualidade do ajuste.

Tabela 5.7: Frequências observadas e esperadas das idades de primeira postura de codornas – linhagem amarela.

Tempos	Dieta I		Dieta II	
	Observado	Esperado	Observado	Esperado
$31 \vdash 37$	37	38	38	34
$37 \vdash 43$	79	77	68	68
$43 \vdash 49$	32	31	22	27
$49 \vdash 55$	8	10	8	10
$55 \vdash 61$	3	4	7	4
$61 \vdash 67$	1	2	0	2
≥ 67	2	1	1	2

Tabela 5.8: Frequências observadas e esperadas das idades de primeira postura de codornas – linhagem azul.

Tempos	Dieta I		Dieta II	
	Observado	Esperado	Observado	Esperado
$41 \vdash 47$	35	31	17	19
$47 \vdash 53$	59	69	72	71
$53 \vdash 59$	53	51	46	49
$59 \vdash 65$	27	21	25	23
$65 \vdash 71$	6	8	9	12
$71 \vdash 77$	4	3	11	6
≥ 77	1	2	8	8

Tabela 5.9: Frequências observadas e esperadas das idades de primeira postura de codornas – linhagem vermelha.

Tempos	Dieta I		Dieta II	
	Observado	Esperado	Observado	Esperado
$41 \vdash 48$	64	60	26	25
$48 \vdash 55$	71	84	69	71
$55 \vdash 62$	43	32	39	41
$62 \vdash 69$	16	12	20	19
$69 \vdash 76$	5	6	13	9
$76 \vdash 83$	1	6	8	5
≥ 83	–	–	2	6

Tabela 5.10: Resultados dos testes qui-quadrado.

Linhagem	Dieta	χ^2	G.L.	Valor-p
Amarela	I	$1,8028$	3	$0,6143$
	II	$6,0331$	3	$0,1100$
Azul	I	$5,7568$	3	$0,1240$
	II	$4,4264$	3	$0,2189$
Vermelha	I	$10,0003$	2	$0,0067$
	II	$6,7584$	3	$0,0800$

A Tabela 5.10 apresentam as estatísticas do teste qui-quadrado. Observa-se que com excessão da dieta I da linhagem vermelha, a hipótese H_0 : os dados seguem distribuição Burr XII discreta, não foram rejeitadas ao nível de significância de 5%.

Na Figura 5.1 tem-se as curvas de sobrevivência empíricas e as baseadas nas estimativas de máxima verossimilhança. Tanto as curvas empíricas como as provenientes dos ajustes das distribuições podem ser nomeadas de curvas de postura e estimam a probabilidade do tempo até a primeira postura ser superior a um número de dias quaisquer. Nota-se que a seleção da distribuição segundo a inspeção informal das curvas de sobrevivência teóricas e empíricas, estão de acordo com a seleção baseada nos valores das estatísticas apresentadas nas análises anteriores.

A Figura 5.2 apresenta o gráfico quantil-quantil (QQ-plot) para as três linhagens de codornas analisadas. O QQ-plot é uma ferramenta muito útil para checar adequação de distribuição dos dados à uma distribuição de probabilidade. Os dados estarão bem ajustados a distribuição Burr XII discreta se uma reta pode ser ajustada aos pontos. Pela análise subjetiva desses gráficos, a distribuição Burr XII apresenta-se bem ajustada.

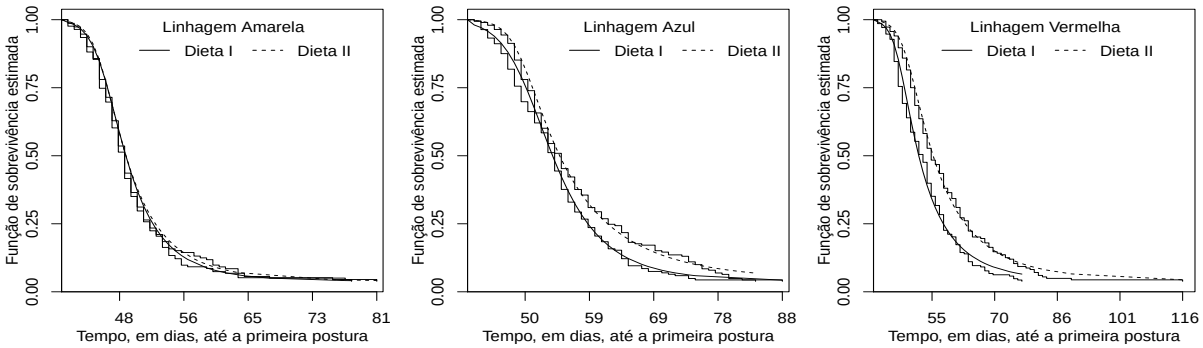


Figura 5.1: Função de sobrevivência empírica e teórica.

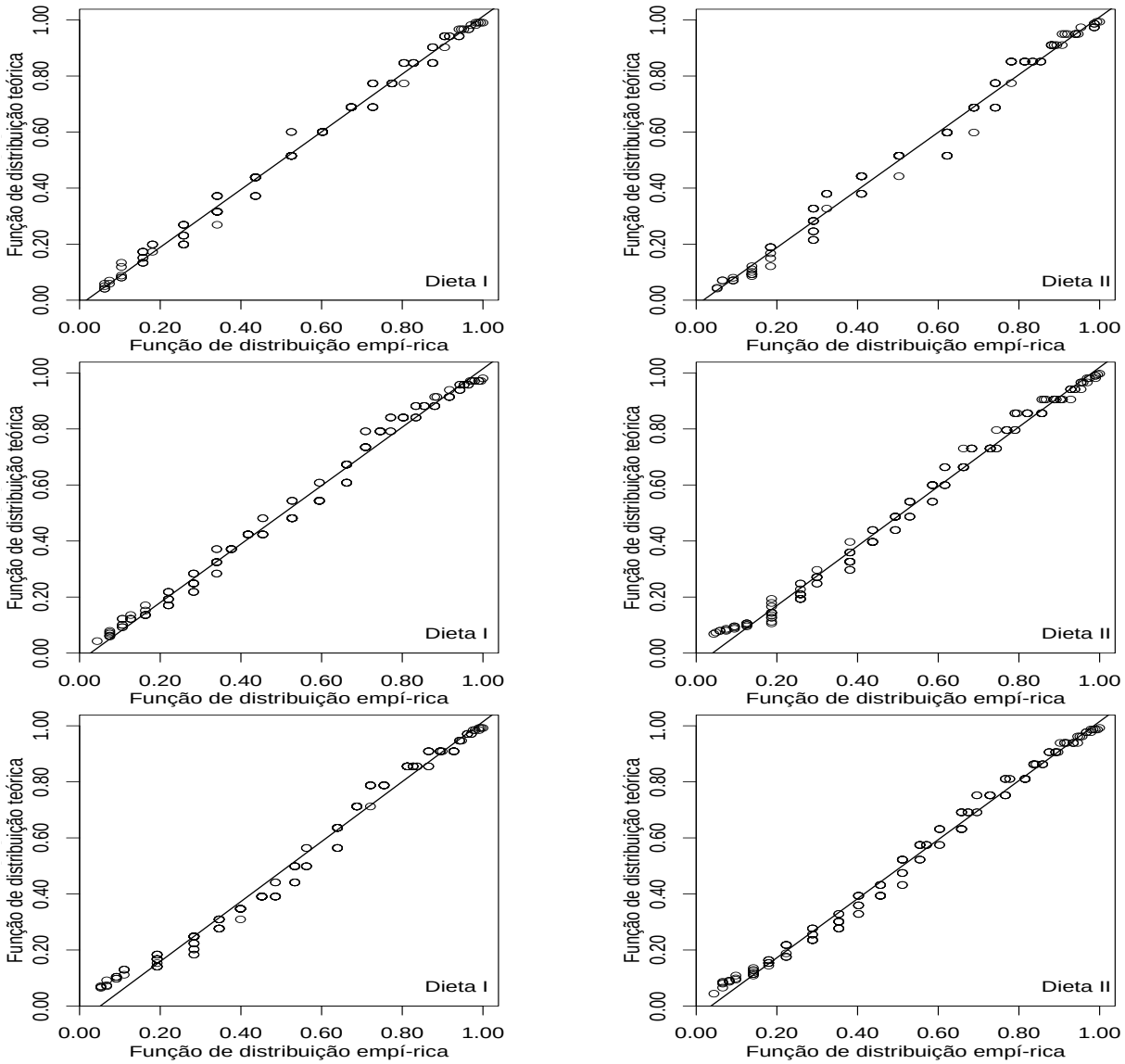


Figura 5.2: QQ-plot qualidade do ajuste para as linhagens amarela, azul e vermelha

As Tabelas 5.11 – 5.13 apresentam, respectivamente, para as linhagens amarela, azul e vermelha, as idades das codornas e as probabilidades de ocorrências da primeira postura. Na

linhagem amarela nota-se que o tempo mais provável (com maior probabilidade) de ocorrência da primeira postura são, para ambas dietas, aos 38 dias. Para as linhagens azul e vermelha, os tempos mais prováveis são $50,5$ e 50 dias, para as dietas I e II, respectivamente.

Tabela 5.11: Probabilidades esperadas de primeira postura – linhagem amarela.

Dieta I							
Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$
≤ 30	$0,0100$	38	$0,0922$	46	$0,0271$	54	$0,0062$
31	$0,0088$	39	$0,0886$	47	$0,0223$	55	$0,0053$
32	$0,0156$	40	$0,0799$	48	$0,0185$	56	$0,0045$
33	$0,0260$	41	$0,0692$	49	$0,0153$	57	$0,0038$
34	$0,0407$	42	$0,0584$	50	$0,0127$	58	$0,0032$
35	$0,0585$	43	$0,0485$	51	$0,0106$	59	$0,0028$
36	$0,0758$	44	$0,0400$	52	$0,0089$	60	$0,0024$
37	$0,0880$	45	$0,0330$	53	$0,0074$	≥ 61	$0,0158$
Dieta II							
Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$
≤ 30	$0,0070$	38	$0,0924$	46	$0,0268$	54	$0,0071$
31	$0,0071$	39	$0,0861$	47	$0,0225$	55	$0,0061$
32	$0,0136$	40	$0,0761$	48	$0,0189$	56	$0,0053$
33	$0,0247$	41	$0,0652$	49	$0,0159$	57	$0,0046$
34	$0,0411$	42	$0,0549$	50	$0,0135$	58	$0,0039$
35	$0,0613$	43	$0,0460$	51	$0,0115$	59	$0,0034$
36	$0,0799$	44	$0,0384$	52	$0,0098$	60	$0,0030$
37	$0,0910$	45	$0,0320$	53	$0,0083$	≥ 61	$0,0226$

Tabela 5.12: Probabilidades esperadas de primeira postura – linhagem azul.

Dieta I							
Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$
≤ 40	$0,0200$	50	$0,0673$	60	$0,0229$	70	$0,0047$
41	$0,0098$	51	$0,0673$	61	$0,0195$	71	$0,0041$
42	$0,0139$	52	$0,0647$	62	$0,0166$	72	$0,0035$
43	$0,0193$	53	$0,0601$	63	$0,0141$	73	$0,0030$
44	$0,0260$	54	$0,0545$	64	$0,0120$	74	$0,0026$
45	$0,0339$	55	$0,0484$	65	$0,0102$	75	$0,0023$
46	$0,0426$	56	$0,0423$	66	$0,0087$	76	$0,0020$
47	$0,0512$	57	$0,0366$	67	$0,0075$	≥ 77	$0,0147$
48	$0,0589$	58	$0,0315$	68	$0,0064$		
49	$0,0645$	59	$0,0269$	69	$0,0055$		
Dieta II							
≤ 40	$0,0030$	50	$0,0694$	60	$0,0239$	70	$0,0078$
41	$0,0027$	51	$0,0666$	61	$0,0212$	71	$0,0071$
42	$0,0050$	52	$0,0615$	62	$0,0189$	72	$0,0064$
43	$0,0091$	53	$0,0556$	63	$0,0168$	73	$0,0058$
44	$0,0156$	54	$0,0496$	64	$0,0150$	74	$0,0052$
45	$0,0254$	55	$0,0440$	65	$0,0134$	75	$0,0048$
46	$0,0379$	56	$0,0390$	66	$0,0120$	76	$0,0043$
47	$0,0513$	57	$0,0344$	67	$0,0108$	≥ 77	$0,0499$
48	$0,0623$	58	$0,0305$	68	$0,0097$		
49	$0,0684$	59	$0,0270$	69	$0,0087$		

Tabela 5.13: Probabilidades esperadas de primeira postura– linhagem vermelha.

Dieta I							
Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$	Tempos	$P(T=t)$
≤ 40	$0,0080$	51	$0,0673$	62	$0,0166$	73	$0,0030$
41	$0,0098$	52	$0,0647$	63	$0,0141$	74	$0,0026$
42	$0,0139$	53	$0,0601$	64	$0,0120$	75	$0,0023$
43	$0,0193$	54	$0,0545$	65	$0,0102$	76	$0,0020$
44	$0,0260$	55	$0,0484$	66	$0,0087$	77	$0,0017$
45	$0,0339$	56	$0,0423$	67	$0,0075$	78	$0,0015$
46	$0,0426$	57	$0,0366$	68	$0,0064$	79	$0,0013$
47	$0,0512$	58	$0,0315$	69	$0,0055$	80	$0,0012$
48	$0,0589$	59	$0,0269$	70	$0,0047$	81	$0,0010$
49	$0,0645$	60	$0,0229$	71	$0,0041$	82	$0,0009$
50	$0,0673$	61	$0,0195$	72	$0,0035$	≥ 83	$0,0147$
Dieta II							
≤ 40	$0,0050$	51	$0,0666$	62	$0,0189$	73	$0,0058$
41	$0,0027$	52	$0,0615$	63	$0,0168$	74	$0,0052$
42	$0,0050$	53	$0,0556$	64	$0,0150$	75	$0,0048$
43	$0,0091$	54	$0,0496$	65	$0,0134$	76	$0,0043$
44	$0,0156$	55	$0,0440$	66	$0,0120$	77	$0,0039$
45	$0,0254$	56	$0,0390$	67	$0,0108$	78	$0,0036$
46	$0,0379$	57	$0,0344$	68	$0,0097$	79	$0,0033$
47	$0,0513$	58	$0,0305$	69	$0,0087$	80	$0,0030$
48	$0,0623$	59	$0,0270$	70	$0,0078$	81	$0,0027$
49	$0,0684$	60	$0,0239$	71	$0,0071$	82	$0,0025$
50	$0,0694$	61	$0,0212$	72	$0,0064$	≥ 83	$0,0396$

5.5 Considerações Finais

Neste capítulo, buscou-se encontrar uma distribuição de probabilidade discreta para explicar o comportamento da idade até a primeira postura de codornas. Segundo vários critérios de discriminação, a distribuição Burr XII discreta foi escolhida, dentre 3 distribuições rivais. O ajuste do modelo foi verificado pelo teste qui-quadrado, a hipótese nula, H_0 : os dados seguem distribuição Burr XII discreta, não foi rejeitada ao nível de significância de 5%, com excessão da dieta I da linhagem vermelha. A análise subjetiva das curvas de sobrevivência teóricas sobrepostas as empíricas e gráficos de quantil-quantil foram construídas para verificar visualmente a qualidade do ajuste da distribuição Burr XII discreta. Para cada idade provável de primeira postura, calculou-se a probabilidade de ocorrência. Na linhagem amarela, a idade com maior probabilidade de ocorrência da primeira postura é de 38 dias, para ambas dietas. As linhagens azul e vermelha, apresentaram os mesmos resultados: os tempos mais prováveis são $T = 50,5$ dias para a dieta I e $T = 50$ dias, para a dieta II.

Capítulo 6

CONCLUSÕES

A proposta do trabalho baseou-se em um problema clássico da literatura estatística: escolher, dentre duas ou mais distribuições de probabilidade, a distribuição mais adequada para descrever um conjunto de observações. Diante disso, diversos trabalhos vêm sendo publicados com o objetivo de discriminar uma entre duas ous mais distribuições de probabilidade. Grande parte desses trabalhos, utiliza-se de um ou dois métodos de discriminação, a saber: a estatística da razão das verossimilhanças e a estatística de Kolmogorov-Smirnov. Neste trabalho, como um dos objetivos era discutir sobre métodos de discriminação, utilizou-se diversos critérios de discriminação, dentre os quais: o método da razão das verossimilhanças, critérios baseados em distâncias, tais como Kolmogorov-Smirnov, Cramér-von-Mises, Anderson Darling e outras quatro variações de Anderson-Darling e critérios de informação de Akaike, Akaike corrigido e Bayesiano.

Utilizando-se de estudo de simulação de Monte Carlo, de conjuntos de dados retirados da literatura e de um conjunto de dados reais, obtidos em um experimento conduzido pelo Setor de Coturnicultura da Fazenda Experimental da Universidade Estadual de Maringá e dos métodos de discriminação supracitados, foram desenvolvidos quatro artigos científicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AL-NOOR, N.; AL-AMEER, H. A. Some estimation methods for the shape parameter and reliability function of Burr type XII distribution: Comparison study. *Mathematical Theory and Modeling*, v. 4, n. 7, p. 63–77, 2014.

BAKOUCH, H. S.; JAZI, M. A.; NADARAJAH, S. A new discrete distribution. *Statistics*, v. 48, n. 1, p. 200–240, 2014.

BEBBINGTON, M. et al. The discrete additive Weibull distribution: A bathtub-shaped hazard for discontinuous failure data. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 106, n. 0, p. 37 – 44, 2012.

BEIRLANT, J. et al. Burr regression and portfolio segmentation. *Insurance: Mathematics and Economics*, v. 23, n. 3, p. 231 – 250, 1998.

BURR, I. W. Cumulative frequency functions. *Annals of Mathematical Statistics*, v. 13, p. 215–232, 1942. ISSN 0003-4851.

CARRASCO, J. M.; ORTEGA, E. M.; PAULA, G. A. Log-modified Weibull regression models with censored data: Sensitivity and residual analysis. *Computational Statistics & Data Analysis*, v. 52, n. 8, p. 4021 – 4039, 2008.

CASELLA, G.; BERGER, R. L. *Statistical inference*. [S.l.]: Wadsworth & Brooks/Cole Advanced Books & Software, Pacific Grove, CA, 1990. (The Wadsworth & Brooks/Cole Statistics/Probability Series).

CHEN, C. Tests of fit for the three-parameter Lognormal distribution. *Computational Statistics & Data Analysis*, v. 50, n. 6, p. 1418–1440, 2006.

CHHIKARA, R. S.; FOLKS, J. L. The Inverse Gaussian distribution as a lifetime model. *Technometrics*, v. 19, n. 4, p. 461–468, 1977.

CLARKE, K. Nonparametric model discrimination in international relations. *Journal of Conflict Resolution*, v. 47, n. 1, p. 72–93, 2003.

COLLETT, D. *Modelling Survival Data in Medical Research*. New York: Chapman and Hall, 1994.

COORAY, K. Generalization of the Weibull distribution: the odd Weibull family. *Statistical Modelling. An International Journal*, v. 6, n. 3, p. 265–277, 2006.

COX, D. R. Tests of separate families of hypotheses. In: *Proc. 4th Berkeley Sympos. Math. Statist. and Prob., Vol. I*. [S.l.]: Univ. California Press, Berkeley, Calif., 1961. p. 105–123.

COX, D. R. Further results on tests of separate families of hypotheses. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B. Methodological*, v. 24, p. 406–424, 1962.

COX, D. R.; HINKLEY, D. V. *Theoretical statistics*. [S.l.]: Chapman and Hall, London, 1974.

D'AGOSTINO, R. B.; STEPHENS, M. A. (Ed.). *Goodness-of-fit techniques*. [S.l.]: Marcel Dekker, Inc., New York, 1986. (Statistics: Textbooks and Monographs, v. 68).

DELIGNETTE-MULLER, M. L. et al. *fitdistrplus: help to fit of a parametric distribution to non-censored or censored data*. [S.l.], 2014. R package version 1.0-2.

DEY, A. K.; KUNDU, D. Discriminating between the Log-Normal and Log-Logistic distributions. *Communications in Statistics. Theory and Methods*, v. 39, n. 1-2, p. 280–292, 2010.

DEY, A. K.; KUNDU, D. Discriminating between the Weibull and Log-Normal distributions for type-II censored data. *Statistics. A Journal of Theoretical and Applied Statistics*, v. 46, n. 2, p. 197–214, 2012.

EFRON, B. Bootstrap methods: Another look at the jackknife. *Ann. Statist.*, The Institute of Mathematical Statistics, v. 7, n. 1, p. 1–26, 01 1979.

EL-DIN, M. M. M.; KOTB, M. S. Recurrence relations for single and product moments of generalized order statistics for modified Burr XII-geometric distribution and characterization. *Journal of Advanced Research in Statistics and Probability*, v. 3, n. 1, p. 36–46, 2011.

GACULA, M.; KUBALA, J. Statistical models for shelf life failures. *Food Sci.*, v. 40, p. 404–409, 1975.

GHARIB, M.; EL-DIN, M. M. M.; MOHAMMED, B. E. An extended Burr XII distribution and its application to censored data. *Journal of Advanced Research in Statistics and Probability*, v. 2, n. 1, p. 37–50, 2010.

GIESER, P. W. et al. Modelling cure rates using the Gompertz model with covariate information. *Statistics in Medicine*, v. 17, n. 8, p. 831–839, 1998.

GUPTA, R. C.; KANNAN, N.; RAYCHAUDHURI, A. Analysis of Log-Normal survival data. *Mathematical Biosciences*, v. 139, n. 2, p. 103 – 115, 1997.

GUPTA, R. D.; KUNDU, D. Discriminating between Weibull and generalized Exponential distributions. *Computational Statistics & Data Analysis*, v. 43, n. 2, p. 179–196, 2003.

HASHIMOTO, E. M. et al. The log-Exponential Weibull regression model for interval-censored data. *Comput. Statist. Data Anal.*, v. 54, n. 4, p. 1017–1035, 2010.

HASHIMOTO, E. M. et al. The log-Burr XII regression model for grouped survival data. *Journal of Biopharmaceutical Statistics*, v. 22, n. 1, p. 141–159, 2012.

HELD, L.; BOVÉ, D. S. *Applied statistical inference*. [S.l.]: Springer, Heidelberg, 2014. Likelihood and Bayes.

HESS, K. R.; SERACHITOPOL, D. M.; BROWN, B. W. Hazard function estimators: a simulation study. *Statistics in Medicine*, v. 18, n. 22, p. 3075–3088, 1999.

JAZI, M. A.; LAI, C.-D.; ALAMATSAZ, M. H. A discrete Inverse Weibull distribution and estimation of its parameters. *Statistical Methodology*, v. 7, n. 2, p. 121 – 132, 2010.

JESUS, D. N. C. d. *Avaliacão dos efeitos da adicão do óleo essencial de orégano (origanum vulgare) na dieta, sobre a fisiologia e a produtividade de codornas japonesas (Coturnix Coturnix Japonica)*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2007.

KARADENIZ, P. G. et al. Comparison of Inverse Gaussian distribution with survival analysis in advanced chronic heart failure patients. *International Journal of Cardiology*, v. 155, n. 3, p. 508 – 509, 2012.

KARMESHU, V. K.; AGRAWAL, R. On efficacy of Rayleigh-Inverse gaussian distribution over K-distribution for wireless fading channels. *Wireless Communications and Mobile Computing*, v. 7, n. 1, p. 1–7, 2007.

KHAN, M.; KHALIQUE, A.; ABOUAMMOH, A. On estimating parameters in a discrete Weibull distribution. *Reliability, IEEE Transactions on*, v. 38, n. 3, p. 348–350, 1989.

KLEIN, J. P.; MOESCHBERGER, M. L. *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data*. New York: Springer-Verlag, 1997.

KLUGMAN, S. A.; PANJER, H. H.; WILLMOT, G. E. *Loss models*. Third. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, 2008. (Wiley Series in Probability and Statistics). From data to decisions.

KOTZ, S.; DORP, J. R. van. *Beyond beta*. [S.l.]: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Hackensack, NJ, 2004. Other continuous families of distributions with bounded support and applications.

KRISHNA, H.; PUNDIR, P. S. Discrete Burr and discrete Pareto distributions. *Statistical Methodology*, v. 6, n. 2, p. 177 – 188, 2009.

KULASEKERA, K. Approximate mle's of the parameters of a discrete Weibull distribution with type i censored data. *Microelectronics Reliability*, v. 34, n. 7, p. 1185 – 1188, 1994.

KUMAGAI, S.; MATSUNAGA, I. Changes in the distribution of short-term exposure concentration with different averaging times. *American Industrial Hygiene Association Journal*, v. 56, n. 1, p. 24–31, 1995.

KUMAGAI, S. et al. Assessment of occupational exposures to industrial hazardous sustances. *Japanese Journal of Industrial Health*, v. 31, p. 216–226, 1989.

KUNDU, D.; GUPTA, R. D.; MANGLICK, A. Discriminating between the Log-Normal and generalized Exponential distributions. *Journal of Statistical Planning and Inference*, v. 127, n. 1-2, p. 213–227, 2005.

KUNDU, D.; MANGLICK, A. Discriminating between the Log-Normal and gamma distributions. *Journal of Applied Statistical Science*, v. 14, n. 1-2, p. 175–187, 2005.

KUNDU, D.; RAQAB, M. Z. Discriminating between the generalized Rayleigh and Log-Normal distribution. *Statistics. A Journal of Theoretical and Applied Statistics*, v. 41, n. 6, p. 505–515, 2007.

LAWLESS, J. F. *Statistical models and methods for lifetime data*. Second. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2003. (Wiley Series in Probability and Statistics).

LEE, E. T.; WANG, J. W. *Statistical methods for survival data analysis*. Third. [S.l.]: Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], Hoboken, NJ, 2003. (Wiley Series in Probability and Statistics).

LEHMANN, E. L.; CASELLA, G. *Theory of point estimation*. Second. [S.l.]: Springer-Verlag, New York, 1998. (Springer Texts in Statistics).

LUCEÑO, A. Fitting the generalized Pareto distribution to data using maximum goodness-of-fit estimators. *Computational Statistics & Data Analysis*, v. 51, n. 2, p. 904–917, 2006.

MARCUS, A. H. Power sum distributions: An easier approach using the wald distribution. *Journal of the American Statistical Association*, v. 71, n. 353, p. pp. 237–238, 1976.

MARSHALL, A. W.; MEZA, J. C.; OLKIN, I. Can data recognize its parent distribution? *Journal of Computational and Graphical Statistics*, v. 10, n. 3, p. 555–580, 2001.

MAZUCHELI, J. et al. A general survival regression model with nonconstant shape parameter. *Rev. Bras. Biom.*, v. 26, n. 2, p. 27–40, 2008.

MAZUCHELI, J.; COELHO-BARROS, E. A.; ACHCAR, J. A. Bootstrap confidence intervals for the mode of the hazard function. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, v. 79, n. 1, p. 39–47, 2005.

MAZUCHELI, J.; COELHO-BARROS, E. A.; ACHCAR, J. A. Inferences for the change-point of the exponentiated Weibull hazard function. *REVSTAT - Statistical Journal*, v. 10, n. 3, p. 309–322, 2012.

MAZUCHELI, J.; COELHO-BARROS, E. A.; ACHCAR, J. A. The exponentiated Exponential mixture and non-mixture cure rate model in the presence of covariates. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, v. 112, n. 1, p. 114 – 124, 2013.

MILLAR, R. B. *Statistics in Practice*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Ltd, 2011.

MONTROLL, E. W.; SHLESINGER, M. F. Maximum entropy formalism, fractals, scaling phenomena, and $1/f$ noise: a tale of tails. *J. Statist. Phys.*, v. 32, n. 2, p. 209–230, 1983.

MUDHOLKAR, G. S.; SRIVASTAVA, D. K. Exponentiated Weibull family for analyzing bathtub failure-rate data. *IEEE Transactions on Reliability*, v. 42, n. 2, p. 299–302, 1993.

MURTHY, D. N. P.; BULMER, M.; ECCLESTON, J. A. Weibull model selection for reliability modelling. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 86, n. 3, p. 257–267, 2004.

NAKAGAWA, T.; OSAKI, S. The discrete Weibull distribution. *Reliability, IEEE Transactions on*, R-24, n. 5, p. 300–301, Dec 1975.

NOOGHABI, M. S.; BORZADARAN, G. R. M.; ROKNABADI, A. H. R. Discrete modified Weibull distribution. *METRON*, Springer-Verlag, v. 69, n. 2, p. 207–222, 2011.

PARA, B.; JAN, T. Discretization of burr-type iii distribution. *Journal of Reliability and Statistical Studies*, v. 7, n. 2, p. 87–94, 2014.

PARANAÍBA, P. F. et al. The beta Burr XII distribution with application to lifetime data. *Computational Statistics & Data Analysis*, v. 55, n. 2, p. 1118–1136, 2011.

PARANAÍBA, P. F. et al. The Kumaraswamy Burr XII distribution: theory and practice. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, v. 83, n. 11, p. 2117–2143, 2013.

PAWITAN, Y. *In All Likelihood: Statistical Modelling and Inference Using Likelihood*. Oxford: Oxford University Press, 2001.

PESARAN, M. H. Asymptotic power comparisons of tests of separate parametric families by Bahadur's approach. *Biometrika*, v. 71, n. 2, p. 245–252, 1984.

PESARAN, M. H.; ULLOA, M. R. D. non-nested hypotheses. In: DURLAUF, S. N.; BLUME, L. E. (Ed.). *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Basingstoke: Palgrave Macmillan, 2008.

PESARAN, M. H.; WEEKS, M. Nonnested hypothesis testing: an overview. In: *A companion to theoretical econometrics*. [S.l.]: Blackwell, Malden, MA, 2001, (Blackwell Companions Contemp. Econ.). p. 279–309.

PRIETO, F.; GÓMEZ-DÉNIZ, E.; SARABIA, J. M. Modelling road accident blackspots data with the discrete generalized Pareto distribution. *Accident Analysis & Prevention*, v. 71, n. 0, p. 38 – 49, 2014.

R Development Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2011.

RAYNER, J. C. W.; THAS, O.; BEST, D. J. *Smooth tests of goodness of fit: using R*. Singapore, Chichester: John Wiley & Sons (Asia), 2009. (Wiley series in probability and statistics).

RODRIGUEZ, R. N. A guide to the Burr type XII distributions. *Biometrika*, v. 64, n. 1, 1977.

ROY, D. Discretization of continuous distributions with an application to stress-strength reliability. In: *Proceedings of the Fourth International Triennial Calcutta Symposium on Probability and Statistics (2000)*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 52, n. 205-208, p. 297–313.

ROY, D. The discrete normal distribution. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, v. 32, n. 10, p. 1871–1883, 2003.

ROY, D. Discrete Rayleigh distribution. *Reliability, IEEE Transactions on*, v. 53, n. 2, p. 255–260, June 2004.

SAS. *The NLMIXED Procedure, SAS/STAT® User's Guide, Version 9.22*. Cary, NC: SAS Institute Inc.: [s.n.], 2010. 4967–5062 p.

SESHADRI, V. *The Inverse Gaussian distribution*. [S.l.]: Springer-Verlag, New York, 1999. (Lecture Notes in Statistics, v. 137). Statistical theory and applications.

SHAO, Q. Estimation for hazardous concentrations based on noec toxicity data: an alternative approach. *Environmetrics*, John Wiley Sons, Ltd., v. 11, n. 5, p. 583–595, 2000.

SILVA, G. O. *Modelos de regressão quando a função de taxa de falha não é monótona e o modelo probabilístico beta Weibull modificada*. Tese (Doutorado) — Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, 2008.

SILVA, G. O.; ORTEGA, E. M.; PAULA, G. A. Residuals for log-Burr XII regression models in survival analysis. *Journal of Applied Statistics*, v. 38, n. 7, p. 1435–1445, 2011.

SILVA, G. O. et al. Log-Burr XII regression models with censored data. *Computational Statistics & Data Analysis*, v. 52, n. 7, p. 3820–3842, 2008.

SINGH, S. K.; MADDALA, G. S. A function for size distribution of incomes. *Econometrica*, v. 44, n. 5, p. 963–970, 1976.

STEIN, W. E.; DATTERO, R. A new discrete Weibull distribution. *Reliability, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 33, n. 2, p. 196–197, 1984.

TADIKAMALLA, P. R. A look at the Burr and related distributions. *International Statistical Review. Revue International de Statistique*, v. 48, n. 3, p. 337–344, 1980.

THAS, O. *Comparing distributions*. [S.l.]: Springer, New York, 2010. (Springer Series in Statistics).

USTA, I. Different estimation methods for the parameters of the extended Burr XII distribution. *Journal of Applied Statistics*, v. 40, n. 2, p. 397–414, 2013.

VUONG, Q. H. Likelihood ratio tests for model selection and nonnested hypotheses. *Econometrica*, v. 57, n. 2, p. 307–333, 1989.

WANG, F.; KEATS, J.; ZIMMER, W. J. Maximum likelihood estimation of the Burr {XII} parameters with censored and uncensored data. *Microelectronics Reliability*, v. 36, n. 3, p. 359 – 362, 1996.

WHITE, H. Maximum likelihood estimation of misspecified models. *Econometrica*, v. 50, n. 1, p. 1–25, 1982.

WINGO, D. R. Maximum likelihood methods for fitting the Burr type XII distribution to life test data. *Biometrical J.*, v. 25, n. 1, 1983.

WINGO, D. R. Maximum likelihood methods for fitting the Burr type XII distribution to multiply (progressively) censored life test data. *Metrika*, v. 40, n. 3-4, 1993.

XIE, F.-C.; WEI, B.-C. Diagnostics analysis in censored generalized Poisson regression model. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, v. 77, n. 8, p. 695–708, 2007.

XIE, M.; GAUDOIN, O.; BRACQUEMOND, C. Redefining failure rate function for discrete distributions. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, v. 09, n. 03, p. 275–285, 2002.

XIE, M.; TANG, Y.; GOH, T. N. A modified Weibull extension with bathtub-shaped failure rate function. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 76, n. 3, p. 279–285, 2002.

ZIMMER, W. J.; KEATS, J. B.; WANG, F. K. The Burr XII distribution in reliability. *Journal of Quality Technology*, v. 30, n. 4, p. 389–394, 1998.

ANEXO 1: Normas para submissão de artigos na Revista Brasileira de Biometria

NORMAS DE REDAÇÃO

A REVISTA BRASILEIRA DE BIOMETRIA (Título anterior: REVISTA BRASILEIRA DE BIOMETRIA (ISSN – 0102-801)) publica artigos nacionais ou internacionais, na forma de artigos originais de pesquisa e, eventualmente, na forma de notas, resenhas, comunicações e traduções, que de alguma forma venha desenvolver, estender ou avaliar aspectos teóricos, aplicados ou educacionais das diversas áreas da Estatística e da Matemática, com ênfase a aplicações nas áreas biológicas. Só serão aceitas resenhas de livros que tenham sido publicados no Brasil, nos dois últimos anos, ou no exterior, nos últimos quatro anos. Os trabalhos poderão ser redigidos em português ou em inglês, preferencialmente em inglês. O Resumo e as Palavras-chave, que precedem o texto, escritos no idioma do artigo, os que sucedem o texto, no outro idioma. É vetada a reprodução de trabalhos em outras publicações ou sua tradução para outro idioma sem a autorização do Conselho Consultivo. Os originais deverão ser acompanhados de documento de transferência de direitos autorais, contendo a assinatura do(s) autor (es).

Preparação de artigos

Apresentação: Os trabalhos devem ser enviados no Word ou PCTex, na forma impressa (três vias, com cópia do arquivo em disco) ou por correio eletrônico (arquivo). Os artigos não podem ultrapassar 30 páginas e devem ser editados seguindo a diagramação da Revista, cujos modelos, Word e PCTex, estão disponíveis no site { www.fcav.unesp.br/rbb }ou podem ser solicitados ao Editor {euclides@fcav.unesp.br }. No PCTex usar o estilo RBB.sty para artigos em português ou inglês.

Estrutura dos artigos: Os artigos deverão obedecer a seguinte seqüência:

Título; Autor(es) (por extenso e apenas o sobrenome em caixa alta); Filiação científica do(s) autor(es) (indicar em nota de rodapé: Departamento, Unidade, Universidade-sigla, Caixa Postal, CEP, Cidade, Estado, País, e-mail); Resumo (máximo de 200 palavras); Palavras-chave (até 7 palavras retiradas de Thesaurus da área, quando houver); Texto (Introdução, Material e método(s), Resultado(s), Discussão, Conclusão); Agradecimentos (se houverem); Abstract e Keywords (versão para o inglês do Resumo e Palavras-chave precedida pela referência bibliográfica do próprio artigo); Referências (trabalhos citados no texto).

Referências: Devem ser dispostas em ordem alfabética do sobrenome do primeiro autor, seguindo as normas da ABNT.

Abreviaturas: Os títulos de periódicos deverão ser abreviados conforme o Biological Abstracts, Chemical Abstracts, Index Medicus, Current Contents.

Exemplos:

• Livros e outras monografias

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A . Metodologia científica para uso dos estudantes universitários . 2.ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978. 144p.

• Capítulos de livros

ARNOLD, B. C. Multivariate logistic distributions. In: BALAKRISHNAN, N. (Ed.). Handbook of the logistic distribution . New York: Marcel Dekker, 1992. p.237-261. (Statistics, textbook and monograph, 123).

• Dissertações e teses

WERNICK, E. A geologia da região de Amparo, leste do estado de São Paulo. 1967. 235f. Tese (Doutorado em Geologia) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1967.

• Artigos em periódicos

ALOISI, R. R.; DEMATTÊ, J. Levantamento de solos da área onde se localiza a F.C.A.V.J. Científica , São Paulo, v.2, n.2, p.123-136, 1974.

• Trabalho em congresso ou similar (publicado)

TRAINA JÚNIOR, C. GEO - um sistema de gerenciamento de base de dados orientado a objeto: estado atual de desenvolvimento e implementação. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE BANCOS DE DADOS, 6., 1991, Manaus. Anais ... Manaus: Imprensa Universitária da FUA, 1991. p.193-207.

Citação no texto: As citações podem ser diretas (transcrição textual da obra consultada) ou indiretas (informações com base na obra consultada).

Na citação direta o texto transcrito deve ser colocado em destaque (itálico ou entre aspas), precedido pela citação que deve ser entre parênteses, com o sobrenome do autor em caixa alta, separado por vírgula da data de publicação. Ex.: (PEREIRA, 2004).

Na citação indireta o texto pode preceder ou suceder citação, que consta do sobrenome do autor, apenas com a inicial maiúscula, seguido da data de publicação entre parênteses. Ex.: Pereira (2004).

Quando for necessário especificar página(s), esta(s) deverá(ão) seguir a data, separada(s) por vírgula e precedida(s) de p. Ex.: Mumford (1949, p.513).

As citações de diversas obras de um mesmo autor, publicadas no mesmo ano, devem ser discriminadas por letras minúsculas após a data, sem espaço. Ex.: (PESIDE, 1927a) (PESIDE, 1927b).

Quando a obra tiver dois ou três autores, todos são indicados, separados por "e" e quando tiver mais de três, indica-se o primeiro seguido de et al. Ex.: (Oliveira e Leonardo, 1943) e (HENDERSON et al., 2004).

Notas: Devem ser reduzidas ao mínimo e colocadas no rodapé de página. As remissões para o rodapé devem ser feitas por caracteres especiais, na entrelinha superior (sobrescrito).

Tabelas: Devem ser numeradas consecutivamente com algarismos arábicos e encabeçadas pelo título. O título deve ser precedido pela palavra TABELA.

Figuras: Devem ser numeradas consecutivamente com algarismos arábicos, tendo como legenda o seu título. A legenda deve ser precedida pela palavra FIGURA. As figuras e suas legendas devem ser claramente legíveis.

Equações: A numeração da equação, quando necessária, deve ser seqüencial, em algarismos arábicos alinhados à direita. Devem ter seus componentes em itálico, exceto os números e funções.

Unidades de medida e símbolos: Devem restringir-se apenas àqueles usados convencionalmente ou sancionados pelo uso. Unidades não-usuais devem ser claramente definidas no texto.

Os dados e conceitos emitidos nos trabalhos, bem como a exatidão das referências bibliográficas, são de inteira responsabilidade dos autores. Os trabalhos que não se enquadrarem nessas normas serão devolvidos aos autores, ou serão solicitadas adaptações, indicadas em carta pessoal.

SISTEMÁTICA DE AVALIAÇÃO DOS ARTIGOS

Cada artigo, sem a identificação do(s) autor(es), é encaminhado inicialmente para dois pareceristas com atuação na área e com titulação mínima de doutor, que deverão emitir parecer circunstanciado, em formulário padronizado, no prazo máximo de 30 dias.

- Se os dois pareceres forem desfavoráveis quanto ao mérito, o artigo é rejeitado para publicação .

- Se os dois pareceres forem favoráveis quanto ao mérito, o artigo é considerado em condições de publicação .

- Se um parecer for favorável e outro desfavorável, o artigo é encaminhado a um terceiro parecerista, com cópias dos pareceres disponíveis, sem a identificação. Se o terceiro parecer for desfavorável, o artigo é rejeitado para publicação , e se for favorável, é considerado em condições de publicação .

Para os artigos em condições de publicação, enviam-se ao(s) autor(es) os pareceres (sem identificação), as sugestões do editor, da bibliotecária e dos revisores de Português e Inglês para acertos.

Recebida a versão corrigida do artigo, ela é re-encaminhada aos pareceristas para novo parecer. Esse processo se repete até que se tenha concordância plena entre autor(es) e pareceristas.

Neste ponto o artigo é diagramado de acordo com as características da Revista e passa por uma ou duas provas com o(s) autor(es).

O arquivo deve ser editado no formato Word (.doc) ou PCTex (.tex)

Baixe o arquivo do modelo desejado: Modelos Word ou Modelos Tex

Algumas especificações:

• Fonte: "Times New Roman", tamanho 10

• Espaçamento entre linhas: simples

• Tamanho do papel: Carta (21,59 x 27,94)

• Margens: esquerda, direita, inferior e superior: 4,4 cm

EUCLIDES BRAGA MALHEIROS

Revista de Matemática e Estatística

Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias - UNESP

Via de Acesso Prof. Paulo Donato Castellane, s/n

14884-900 – Jaboticabal – SP, Brazil

E-mail: euclides@fcav.unesp.br

REVISTA BRASILEIRA DE BIOMETRIA (Título anterior: REVISTA DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA (ISSN – 0102-081)

ANEXO 2: Normas para submissão de artigos em Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia

INSTRUÇÕES AOS AUTORES

POLÍTICA EDITORIAL

O periódico Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia (Brazilian Journal of Veterinary and Animal Science), ISSN 0102-0935 (impresso) e 1678-4162 (on-line), é editado pela FEPMVZ Editora, CNPJ: 16.629.388/0001-24, e destina-se à publicação de artigos científicos sobre temas de medicina veterinária, zootecnia, tecnologia e inspeção de produtos de origem animal, aquacultura e áreas afins.

Os artigos encaminhados para publicação são submetidos à aprovação do Corpo Editorial, com assessoria de especialistas da área (relatores). Os artigos cujos textos necessitarem de revisões ou correções serão devolvidos aos autores. Os aceitos para publicação tornam-se propriedade do Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia (ABMVZ) citado como Arq. Bras. Med. Vet. Zootec. Os autores são responsáveis pelos conceitos e informações neles contidos. São imprescindíveis originalidade, ineditismo e destinação exclusiva ao ABMVZ.

Reprodução de artigos publicados

A reprodução de qualquer artigo publicado é permitida desde que seja corretamente referenciado. Não é permitido o uso comercial dos resultados.

A submissão e tramitação dos artigos é feita exclusivamente on-line, no endereço eletrônico <www.abmvz.org.br>.

Não serão fornecidas separatas. Os artigos encontram-se disponíveis nos endereços www.scielo.br/abmvz ou www.abmvz.org.br.

Orientação para tramitação de artigos

Toda a tramitação dos artigos é feita exclusivamente pelo Sistema de publicação on-line do ABMVZ no endereço www.abmvz.org.br.

Apenas o autor responsável pelo artigo deverá preencher a ficha de submissão, sendo necessário o cadastro do mesmo no Sistema.

Toda comunicação entre os diversos atores do processo de avaliação e publicação (autores, revisores e editores) será feita exclusivamente de forma eletrônica pelo Sistema, sendo o autor responsável pelo artigo informado, automaticamente, por e-mail, sobre qualquer mudança de status do artigo.

A submissão só se completa quando anexado o texto do artigo em Word e em pdf no campo apropriado.

Fotografias, desenhos e gravuras devem ser inseridas no texto e também enviadas, em separado, em arquivo com extensão jpg em alta qualidade (mínimo 300dpi), zipado, inserido no campo próprio.

Tabelas e gráficos não se enquadram no campo de arquivo zipado, devendo ser inseridas no corpo do artigo.

É de exclusiva responsabilidade de quem submete o artigo certificar-se de que cada um dos autores tenha conhecimento e concorde com a inclusão de seu nome no mesmo submetido.

O ABMVZ comunicará, via eletrônica, a cada autor, a sua participação no artigo. Caso pelo menos um dos autores não concorde com sua participação como autor, o artigo será considerado como desistência de um dos autores e sua tramitação encerrada.

Tipos de artigos aceitos para publicação:

Artigo científico

É o relato completo de um trabalho experimental. Baseia-se na premissa de que os resultados são posteriores ao planejamento da pesquisa.

Seções do texto: Título (português e inglês), Autores e Filiação, Resumo, Abstract, Introdução, Material e Métodos, Resultados, Discussão (ou Resultados e Discussão), Conclusões, Agradecimentos (quando houver) e Referências.

O número de páginas não deve exceder a 15, incluindo tabelas e figuras. O número de Referências não deve exceder a 30.

Preparação dos textos para publicação

Os artigos devem ser redigidos em português ou inglês, na forma impessoal. Para ortografia em inglês recomenda-se o Webster’s Third New International Dictionary. Para ortografia em português adota-se o Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa, da Academia Brasileira de Letras.

Formatação do texto

O texto NÃO deve conter subitens em qualquer das seções do artigo e deve ser apresentado em Microsoft Word, em formato A4, com margem 3cm (superior, inferior, direita e esquerda), em fonte Times New Roman tamanho 12 e em espaçamento entrelinhas 1,5, em todas as páginas e seções do artigo (do título às referências), com linhas numeradas.

Não usar rodapé. Referências a empresas e produtos, por exemplo, devem vir, obrigatoriamente, entre parêntesis no corpo do texto na seguinte ordem: nome do produto, substância, empresa e país.

Seções de um artigo

Título. Em português e em inglês. Deve contemplar a essência do artigo e não ultrapassar 150 dígitos.

Autores e Filiação. Os nomes dos autores são colocados abaixo do título, com identificação da instituição a que pertencem. O autor para correspondência e seu e-mail devem ser indicados com asterisco.

Nota:

1. o texto do artigo em Word deve conter o nome dos autores e filiação.

2. o texto do artigo em pdf NÃO deve conter o nome dos autores e filiação.

Resumo e Abstract. Deve ser o mesmo apresentado no cadastro contendo até 2000 dígitos incluindo os espaços, em um só parágrafo. Não repetir o título e não acrescentar revisão de literatura. Incluir os principais resultados numéricos, citando-os sem explicá-los, quando for o caso. Cada frase deve conter uma informação. Atenção especial às conclusões.

Palavras-chave e Keywords. No máximo cinco.

Introdução. Explanação concisa, na qual são estabelecidos brevemente o problema, sua pertinência e relevância e os objetivos do trabalho. Deve conter poucas referências, suficientes para balizá-la.

Material e Métodos. Citar o desenho experimental, o material envolvido, a descrição dos métodos usados ou referenciar corretamente os métodos já publicados.

Nos trabalhos que envolvam animais e/ou organismos geneticamente modificados deverá constar, obrigatoriamente, o número do protocolo de aprovação do Comitê de Bioética e/ou de Biossegurança, quando for o caso.

Resultados. Apresentar clara e objetivamente os resultados encontrados.

Tabela. Conjunto de dados alfanuméricos ordenados em linhas e colunas. Usar linhas horizontais na separação dos cabeçalhos e no final da tabela. O título da tabela recebe inicialmente a palavra Tabela, seguida pelo número de ordem em algarismo arábico e ponto (ex.: Tabela 1.). No texto a tabela deve ser referida como Tab seguida de ponto e do número de ordem (ex.: Tab. 1), mesmo quando se referir a várias tabelas (ex.: Tab. 1, 2 e 3). Pode ser apresentada em espaçamento simples e fonte de tamanho menor que 12 (o menor tamanho aceito é 8). A legenda da Tabela deve conter apenas o indispensável para o seu entendimento. As tabelas devem ser, obrigatoriamente, inseridas no corpo do texto preferencialmente após a sua primeira citação. □ Figura. Compreende qualquer

ilustração que apresente linhas e pontos: desenho, fotografia, gráfico, fluxograma, esquema, etc. A legenda recebe inicialmente a palavra Figura, seguida do número de ordem em algarismo arábico e ponto (ex.:Figura 1.) e é referida no texto como Fig seguida de ponto e do número de ordem (ex.: Fig.1), mesmo se referir a mais de uma figura (ex.: Fig. 1, 2 e 3). Além de inseridas no corpo do texto, fotografias e desenhos devem também ser enviadas no formato jpg com alta qualidade, em um arquivo zipado, anexado no campo próprio de submissão na tela de registro do artigo. As figuras devem ser, obrigatoriamente, inseridas no corpo do texto preferencialmente após a sua primeira citação.

Nota:

Toda tabela e/ou figura que já tenha sido publicada deve conter, abaixo da legenda, informação sobre a fonte (autor, autorização de uso, data) e a correspondente referência deve figurar nas Referências.

Discussão. Discutir somente os resultados obtidos no trabalho. (Obs.: As seções Resultados e Discussão poderão ser apresentadas em conjunto a juízo do autor, sem prejudicar qualquer das partes e sem subitens).

Conclusões. As conclusões devem apoiar-se nos resultados da pesquisa executada e serem apresentadas de forma objetiva, SEM revisão de literatura, discussão, repetição de resultados e especulações.

Agradecimentos. Não obrigatório. Devem ser concisamente expressados.

Referências. As referências devem ser relacionadas em ordem alfabética, dando-se preferência a artigos publicados em revistas nacionais e internacionais, indexadas. Livros e teses devem ser referenciados o mínimo possível, portanto, somente quando indispensáveis. São adotadas as normas gerais ABNT, adaptadas para o ABMVZ conforme exemplos:

Como referenciar:

1. Citações no texto

A indicação da fonte entre parênteses sucede à citação para evitar interrupção na sequência do texto, conforme exemplos:

autoria única: (Silva, 1971) ou Silva (1971); (Anuário..., 1987/88) ou Anuário... (1987/88)

dois autores: (Lopes e Moreno, 1974) ou Lopes e Moreno (1974)

mais de dois autores: (Ferguson et al., 1979) ou Ferguson et al. (1979)

mais de um artigo citado: Dunne (1967); Silva (1971); Ferguson et al. (1979) ou (Dunne, 1967; Silva, 1971; Ferguson et al., 1979), sempre em ordem cronológica ascendente e alfabética de autores para artigos do mesmo ano.

Citação de citação. Todo esforço deve ser empreendido para se consultar o documento original. Em situações excepcionais pode-se reproduzir a informação já citada por outros autores. No texto, citar o sobrenome do autor do documento não consultado com o ano de publicação, seguido da expressão citado por e o sobrenome do autor e ano do documento consultado. Nas Referências, deve-se incluir apenas a fonte consultada.

Comunicação pessoal. Não fazem parte das Referências. Na citação coloca-se o sobrenome do autor, a data da comunicação, nome da Instituição à qual o autor é vinculado.

2. Periódicos (até 4 autores, citar todos. Acima de 4 autores citar 3 autores et al.):

ANUÁRIO ESTATÍSTICO DO BRASIL. v.48, p.351, 1987-88. FERGUSON, J.A.; REEVES, W.C.; HARDY, J.L. Studies on immunity to alphaviruses in foals. Am. J. Vet. Res., v.40, p.5-10, 1979.

HOLENWEGER, J.A.; TAGLE, R.; WASERMAN, A. et al. Anestesia general del canino. Not. Med. Vet., n.1, p.13-20, 1984.

3. Publicação avulsa (até 4 autores, citar todos. Acima de 4 autores citar 3 autores et al.):

DUNNE, H.W. (Ed). Enfermedades del cerdo. México: UTEHA, 1967. 981p.

LOPES, C.A.M.; MORENO, G. Aspectos bacteriológicos de ostras, mariscos e mexilhões. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MEDICINA

VETERINÁRIA, 14., 1974, São Paulo. Anais... São Paulo: [s.n.] 1974. p.97. (Resumo).

MORRIL, C.C. Infecciones por clostridios. In: DUNNE, H.W. (Ed). Enfermedades del cerdo. México: UTEHA, 1967. p.400-415.

NUTRIENT requirements of swine. 6.ed. Washington: National Academy of Sciences, 1968. 69p.

SOUZA, C.F.A. Produtividade, qualidade e rendimentos de carcaça e de carne em bovinos de corte. 1999. 44f. Dissertação (Mestrado em Medicina Veterinária) – Escola de Veterinária, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

4. Documentos eletrônicos (até 4 autores, citar todos. Acima de 4 autores citar 3 autores et al.):

QUALITY food from animals for a global market. Washington: Association of American Veterinary Medical College, 1995. Disponível em: <http://www.org/critca16.htm>. Acessado em: 27 abr. 2000. JONHNSON, T. Indigenous people are now more cambative, organized.Miami Herald, 1994. Disponível em: <http://www.summit.fiu.edu/ MiamiHerld-Summit-RelatedArticles/>. Acessado em: 5 dez. 1994.

Nota:

Artigos que não estejam rigorosamente dentro das normas acima não serão aceitos para avaliação.

O Sistema reconhece, automaticamente, como “Desistência do Autor” artigos em diligência e/ou “Aguardando liberação do autor”, que não tenha sido respondido no prazo dado pelo Sistema.

Taxas de submissão e de publicação:

Taxa de submissão. A taxa de submissão de R$50,00 deverá ser paga por meio de boleto bancário emitido pelo sistema eletrônico de submissão de artigos. Ao solicitar o boleto bancário, o autor informará os dados para emissão da nota fiscal. Somente artigos com taxa paga de submissão serão avaliados.

Caso a taxa não seja quitada em até 30 dias será considerado como desistência do autor.

Taxa de publicação. A taxa de publicação de R$150,00, por página, por ocasião da prova final do artigo. A taxa de publicação deverá ser paga por meio de boleto bancário emitido pelo sistema eletrônico de submissão de artigos. Ao solicitar o boleto bancário, o autor informará os dados para emissão da nota fiscal.

Recursos e diligências:

No caso de o autor encaminhar resposta a diligências solicitadas pelo ABMVZ, ou documento de recurso, o mesmo deverá constar como a(s) primeira(s) página(s) do texto do artigo somente na versão em Word.

No caso de artigo não aceito, se o autor julgar pertinente encaminhar recurso, o mesmo deve ser feito pelo e-mail abmvz.artigo@abmvz.org.br.

ARQUIVOS BRASILEIROS DE MEDICINA VETERINÁRIA E ZOOTECNIA (ISSN - 0102-0935)

ANEXO 3: Normas para submissão de artigos na Revista Ciência e Natura

DIRETRIZES PARA AUTORES

Dado o caráter multidisciplinar da "Ciência e Natura", é indispensável que os autores, ao submeterem seus artigos, o façam na seção (STC, MTM, FSC, QMC, BLG, MTR, GCC, GGF, ENS) adequada e indiquem em "Comentários ao editor", a área específica do artigo, citando o título ou o código de classificação de acordo com a tabela do CNPq.

Também é importante a especificação: artigo original, artigo de revisão ou artigo de divulgação.

Artigos fora do padrão solicitado, não serão aceitos. Atualmente a revista aceita submissões em Word e em LaTeX, conforme condições para submissão descritas abaixo:

CONDIÇÕES PARA SUBMISSÃO EM WORD/MS-OFFICE:

01. O artigo deverá ser formatado/ADEQUADO CONFORME O template da revista. Basta clicar ao lado e colar seu texto ao modelo Template CeN Word.

02. Artigos em inglês ou espanhol NÃO NECESSITAM DE RESUMO EM PORTUGUÊS.

03. No cabeçalho deverá constar somente o título do artigo. Identificação dos autores, local de atividades, endereço, e-mail e identificação do autor para contato, serão feitos através do cadastro dos autores.

04. Os autores do trabalho são aqueles constantes no ato da submissão. Em hipótese alguma será aceita a inclusão do autor, depois desse período.

05. O artigo deverá conter, preferencialmente, os seguintes tópicos: título em português e resumo, título em inglês e abstract, introdução, desenvolvimento do trabalho (material e método, resultados, discussão), conclusões, agradecimentos e referências.

06. As referências devem estar de acordo com as normas da ABNT (NBR 6023) - sgue orientação detalhada no fim deste texto.

07. Desenhos, gráficos e fotografias serão denominados Figuras, e terão número de ordem. Estas Figuras devem ser enviadas com suas respectivas legendas e feitas em editor gráfico, com bom contraste e boa resolução.

08. Notas de rodapé serão usadas se forem extremamente necessárias; deverão ser numeradas (sobrescritas a direita da palavra) e clocadas abaixo do texto, na páginas em que são citadas.

09. Equações e caracteres especiais devem ser inseridos no texto através de editor próprio.

10. As abreviaturas devem ser definidas em sua primeira ocorrência no texto, exceto no caso de abreviaturas padrão e oficial. Unidades e seus símbolos devem estar de acordo com os aprovados pela ABNT.

11. Agradecimentos, quando necessário, devem ser inseridos no final do texto. Os agradecimentos pessoais devem preceder os agradecimentos a instituições ou agências; também agradecimentos à auxílios ou bolsas, à colaboração de colegas, devem estar nessa seção.

12. Os autores deverão encaminhar como "documento suplementar" a Declaração de originalidade e exclusividade, cujo texto está no item "Declaração de direito autoral". Ela deve conter as seguintes informações sobre os autores: nome completo, endereço de e-mail e assinatura.

13. Todos os artigos serão submetidos inicialmente a dois consultores ad hoc. Aos autores será solicitado, quando necessário, modificações ou até mesmo que reescrevam seus textos de forma a adequá-los às sugestões dos revisores e editores. Ao autor, poderá ser solicitado nomes de consultores para opinar sobre o artigo.

14. Antes da sua publicação, serão enviadas aos autores as provas dos artigos para revisão, nesse momento, nenhuma modificação será aceita; somente serão corrigidos erros tipográficos decorrentes da diagramação. Caso não seja possível o envio das provas, a Comissão Editorial fará essa revisão.

15. Os casos omissos serão resolvidos pela Comissão Editorial da CIÊNCIA E NATURA.

CONDIÇÕES PARA SUBMISSÃO EM LATEX:

Como parte do processo de submissão os autores são obrigados a verificar a conformidade da submissão em relação a todos os itens listados a seguir. As submissões que não estiverem de acordo com as normas serão devolvidas aos autores.

- Número máximo de páginas do trabalho: 25.

- Os trabalhos devem ser preparados em LaTeX2e, de acordo com o modelo disponível em Template CeN LaTeX.

- As figuras devem estar preferencialmente em ".pdf" ou, alternativamente, em ".eps".

- As referências devem ser preparadas preferencialmente em BibTeX, utilizando "cen.bst".

- O artigo para avaliação deve ser submetido em formato ".pdf", sem a identificação dos autores, de forma a assegurar a avaliação cega pelos pares. Os arquivos originais deverão estar no formato ".tex" e deverão ser enviados juntamente com os arquivos de figuras como documentos suplementares.

****

CITAÇÕES

Artigos em periódicos

Estrutura:

Autores. Titulo do artigo. Titulo do periódico. Ano de publicação; Volume(Número):Páginas.

Observações:

• Após o ano de publicação, não usar espaços.

• Usar os títulos abreviados oficiais dos periódicos. Para revistas nacionais que fazem parte da SciELO, essa informação pode ser obtida na página da própria revista, na sessão “sobre nós”. Para abreviatura de periódicos internacionais, consultar o “Index Medicus - abbreviations of journal titles” (http://www2.bg.am.poznan.pl/czasopisma/medicus.php?lang=eng).

• Ao listar artigos com mais de seis (06) autores, usar a expressão et al após o sexto autor.

• Artigo Padrão

Vu RL, Helmeste D, AL, Reist C. Rapid determination of venlafaxine and Odesmethylvenlafaxine in human plasma by high-performance liquid chromatography with fluorimetric detection. J. Chromatogr. B. 1997;703(1-2):195–201.

• Volume com suplemento

Geraud G, Spierings EL, Keywood C. Tolerability and safety of frovatriptan with short- and long-term use for treatment of migraine and in comparison with sumatriptan. Headache. 2002;42

Suppl 2:S93-9.

• Número com suplemento

Glauser TA. Integrating clinical trial data into clinical practice. Neurology. 2002;58(12 Suppl 7): S6-12.

• Número sem volume

Banit DM, Kaufer H, Hartford JM. Intraoperative frozen section analysis in revision total joint arthroplasty. Clin Orthop. 2002;(401):230-8.

• Sem volume ou número

Outreach: bringing HIV-positive individuals into care. HRSA Careaction. 2002:1-6

• Artigo em uma língua diferente do português, inglês e espanhol

Hirayama T, Kobayashi T, Fujita T, Fujino O. [A case of severe mental retardation with blepharophimosis, ptosis, microphthalmia, microcephalus, hypogonadism and short stature-the difference from Ohdo blepharophimosis syndrome]. No To Hattatsu. 2004;36(3):253-7. Japanese.

• Artigo sem dados do autor

21st century heart solution may have a sting in the tail. BMJ. 2002;325(7357):184.

• Artigo em periódico eletrônico

Santana RF, Santos I. Transcender com a natureza: a espiritualidade para os idosos. Rev. Eletr. Enf. [Internet]. 2005 [cited 2006 jan 12];7(2):148-58. Available from: http://www.fen.ufg.br/revista/revista7_2/original_02.htm.

• Artigo aceito para publicação, disponível online:

Santana FR, Nakatani AYK, Freitas RAMM, Souza ACS, Bachion MM. Integralidade do cuidado: concepções e práticas de docentes de graduação em enfermagem do estado de Goiás. Ciênc. saúde coletiva [internet]. Forthcoming. [cited 2009 mar 09]. Author's manuscript available at: http://www.abrasco.org.br/cienciaesaudecoletiva/artigos/artigo_int.php?id_artigo=2494.

Livros:

• Com único autor

Demo P. Auto-ajuda: uma sociologia da ingenuidade como condição humana. 1st ed. Petrópolis: Vozes; 2005.

• Organizador, editor, compilador como autor

Brigth MA, editor. Holistic nursing and healing. Philadelphia: FA Davis Company; 2002.

• Capítulo de livro

Medeiros M, Munari DB, Bezerra ALQ, Alves MA. Pesquisa qualitativa em saúde: implicações éticas. In: Ghilhem D, Zicker F, editors. Ética na pesquisa em saúde: avanços e desafios. Brasília: Letras Livres UnB; 2007. p. 99-118.

• Instituição como autor

Secretaria Executiva, Ministério da Saúde. Sistema Único de Saúde (SUS): princípios e conquista. Brasília (Brasil): Ministério da Saúde, 2000. 44 p.

• Livro com tradutor

Stein E. Anorectal and colon diseases: textbook and color atlas of proctology. 1st Engl. ed. Burgdorf WH, translator. Berlin: Springer; c2003. 522 p.

• Livro disponível na Internet

Secretaria de Ciência, Tecnologia e Insumos Estratégicos; Ministério da Saúde. Por que pesquisa em saúde? Série B. Textos Básicos de Saúde. Série Pesquisa para Saúde: Textos para Tomada de Decisão [Internet]. Brasília: Ministério da Saúde; 2007 [cited 2009 Mar 09]. Available from: http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/pq_pesquisa_em_saude.pdf.

Monografia, dissertação e tese

• Monografia

Tonon FL, Silva JMC. O processo de enfermagem e a teoria do autocuidado de Orem no atendimento ao paciente submetido à cirurgia de próstata: implementação de um plano de cuidados individualizado no preparo para a alta hospitalar [monography]. São Carlos: Departamento de Enfermagem/UFSCar; 2005.

• Dissertação

Coelho MA. Planejamento e execução de atividades de enfermagem em hospital de rede pública de assistência, em Goiânia/GO [dissertation]. Goiânia: Faculdade de Enfermagem/UFG; 2007. 119 p.

• Tese

Souza ACS. Risco biológico e biossegurança no cotidiano de enfermeiros e auxiliares de enfermagem [thesis]. Ribeirão Preto: Escola de Enfermagem/USP; 2001. 65 p.

Trabalhos em eventos científicos

• Anais/Proceedings de conferência

Munari DB, Medeiros M, Bezerra ALQ, Rosso, CFW. The group facilitating interpersonal competence development: a brazilian experience of mental health teaching. In: Proceedings of the 16th International Congress of Group Psychotherapy [CD-ROM]; 2006 jul 17-21; São Paulo, Brasil. p. 135-6.

Rice AS, Farquhar-Smith WP, Bridges D, Brooks JW. Canabinoids and pain. In: Dostorovsky JO, Carr DB, Koltzenburg M, editors. Proceedings of the 10th World

Congress on Pain; 2002 Aug 17-22; San Diego, CA. Seattle (WA): IASP Press; c2003. p. 437-68.

• Anais/Proceedings de conferência disponível na Internet

Centa ML, Oberhofer PR, Chammas J. A comunicação entre a puérpera e o profissional de saúde. In: Anais do 8º Simpósio Brasileiro de Comunicação em Enfermagem [Internet]; 2002 Maio 02-03; São Paulo, Brasil. 2002 [cited 2008 dec 31]. Available from: http://www.proceedings.scielo.br/pdf/sibracen/n8v1/v1a060.pdf.

• Trabalho apresentado em evento científico

Robazzi MLCC, Carvalho EC, Marziale MHP. Nursing care and attention for children victims of occupational accident. Conference and Exhibition Guide of the 3rd International Conference of the Global Network of WHO Collaborating Centers for Nursing & Midwifery; 2000 July 25-28; Manchester; UK. Geneva: WHO; 2000.

Outras publicações

•Jornais

Souza H, Pereira JLP. O orçamento da criança. Folha de São Paulo. 1995 maio 02; Opinião: 1º Caderno.

• Artigo de jornal na internet

Deus J. Pacto visa o fortalecimento do SUS em todo estado de Mato Grosso. Diário de Cuiabá [Internet]. 2006 Apr 25 [cited 2009 feb 16]. Saúde. Available from: http://www.diariodecuiaba.com.br/detalhe.php?cod=251738.

• Leis/portarias/resoluções

Ministério da Saúde; Conselho Nacional de Saúde. Resolução Nº 196/96 – Normas regulamentadoras de pesquisa envolvendo seres humanos. Brasília (Brasil): Ministério da Saúde; 1996.

Conselho Federal de Enfermagem. Resolução COFEN-311/2007. Aprova a Reformulação do Código de Ética dos Profissionais de Enfermagem. Rio de Janeiro (Brasil): COFEN; 2007.

• Base de dados online

Shah PS, Aliwalas LI, Shah V. Breastfeeding or breast milk for procedural pain in neonates. 2006 Jul 19 [cited 2009 mar 02]. In: The Cochrane Database of Systematic Reviews [Internet]. Hoboken (NJ): John Wiley & Sons, Ltd. c1999 – . Available from: http://www.mrw.interscience.wiley.com/cochrane/clsysrev/articles/CD004950/frame.html Record No.: CD004950.

• Texto de uma página da Internet

Carvalho G. Pactos do SUS – 2005 – Comentários Preliminares [Internet]. Campinas: Instituto de Direito Sanitário Aplicado; 2005 Nov 15 [cited 2009 mar 11]. Available from: http://www.idisa.org.br/site/artigos/visualiza_conteudo1.php?id=1638

• Publicação no Diário Oficial da União

Lei N. 8.842 de 4 de janeiro de 1994. Dispõe sobre a Política Nacional do Idoso, cria o Conselho Nacional do Idoso e dá outras providências. Diário Oficial da União (Brasília). 1994 Jan 05.

• Homepage da Internet

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística [Internet]. Brasília: Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão (BR) [cited 2009 feb 27]. Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios. Síntese de Indicadores 2005. Available from:

http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/trabalhoerendimento/pnad2005/default.shtm

DATASUS [Internet]. Brasília: Ministério da Saúde (BR) [cited 2006 oct 20]. Departamento de Informática do SUS – DATASUS. Available from: http://w3.datasus.gov.br/datasus/datasus.php.

Para mais informações sobre as referencias consulte International Committee of Medical Journal Editors Uniform Requirements for Manuscripts Submitted to Biomedical Journals: Sample References: (http://www.nlm.nih.gov/bsd/uniform_requirements.html), ou ainda, consulte o site Citing Medicine

http://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/bv.fcgi?rid=citmed.TOC&depth=2).

CONDIÇÕES PARA SUBMISSÃO

Como parte do processo de submissão, os autores são obrigados a verificar a conformidade da submissão em relação a todos os itens listados a seguir. As submissões que não estiverem de acordo com as normas serão devolvidas aos autores.

1. A contribuição é original e inédita, e não está sendo avaliada para publicação por outra revista.

2. Os arquivos para submissão estão em formato Microsoft Word, OpenOffice ou RTF (desde que não ultrapasse os 10MB).

3. Todos os endereços de páginas na Internet (URLs), incluídas no texto (Ex.: <http://www.ibict.br>) estão ativos e prontos para clicar.

4. O texto segue os padrões de estilo e requisitos bibliográficos descritos em Diretrizes para Autores, na seção Sobre a Revista.

5. A identificação de autoria deste trabalho foi removida do arquivo e da opção Propriedades no Word, garantindo desta forma o critério de sigilo da revista, caso submetido para avaliação por pares (ex.: artigos), conforme instruções disponíveis em Assegurando a Avaliação por Pares Cega.

DECLARAÇÃO DE DIREITO AUTORAL

DECLARAÇÃO DE ORIGINALIDADE E EXCLUSIVIDADE E CESSÃO DE DIREITOS AUTORAIS Declaramos que o presente artigo é original e não foi submetido à publicação em qualquer outro periódico nacional ou internacional, quer seja em parte ou na íntegra. Declaramos ainda, que após publicado pela Ciência e Natura, ele jamais será submetido a outro periódico. Também temos ciência que a submissão dos originais à Ciência e Natura implica transferência dos direitos autorais da publicação digital e impressa e, a não observância desse compromisso, submeterá o infrator a sanções e penas previstas na Lei de Proteção de Direitos Autorais (nº9610, de 19/02/98).

POLÍTICA DE PRIVACIDADE

Os nomes e endereços informados nesta revista serão usados exclusivamente para os serviços prestados por esta publicação, não sendo disponibilizados para outras finalidades ou à terceiros.

ISSN da publicação eletrônica: 2179-460X

ISSN da publicação impressa: 0100-8307